

II-71 河床勾配のある場合の塩水楔について

東京大学工学部 正員 工博 嶋 祐之
 ○東京大学工学部 正員 工修 椎貝博美
 東京大学大学院 学生員 玉井信行

密度流の境界面の抵抗係数については, Keulegan, Ippen & Harleman, Lofquist, 岩崎教授, 浜田博士, 等の研究がある。境界面の抵抗係数の値が判明していれば, 平均流速公式を用いることにより塩水楔の形状が求められる。逆に塩水楔の形状が判明していれば, 抵抗係数を逆算することもできる。本研究においては一般に勾配のある場合の塩水楔の形状を実測して抵抗係数 f_c の値を求め, f_c の理論式と比較した。この場合, 結論においてのべるように, 理論値は実測値よりもやや小さくなる要因がいくつかある。そのあるものには一応の説明が可能であるが, まだ不明確な点も少なくないので, これらの解明には今後の研究を待ちたい。

二層に分れた流れにおいて, 上層の平均流速が \bar{u}_1 , 下層の平均流速が零 (流速分布は存在する) であるような場合に, 各層の厚さの変化はよく知られているように次の式であらわすことができる。各記号の意味は図1を参照されたい。

$$\frac{dh_1}{dx} = \frac{i - \frac{f_{ie}}{2gh_1} \bar{u}_1 \bar{u}_1 - (i + \frac{f_{ie}}{2gh_2} \bar{u}_1 \bar{u}_1)}{\frac{\Delta P}{\rho} - \frac{\bar{u}_1^2}{g h_1}} \quad (1)$$

$$\frac{dh_2}{dx} = \frac{(1 - \frac{\bar{u}_1 \bar{u}_1}{g h_2})(i + \frac{f_{ie}}{2gh_2} \bar{u}_1 \bar{u}_1) - (1 - \frac{\Delta P}{\rho})(i - \frac{f_{ie}}{2gh_2} \bar{u}_1 \bar{u}_1)}{\frac{\Delta P}{\rho} - \frac{\bar{u}_1^2}{g h_1}} \quad \dots \dots (1')$$

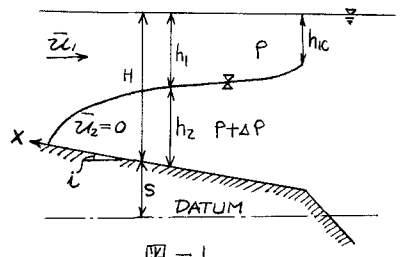


図-1

ここに

f_{ie} : 側壁の影響を考慮に入れた境界面の抵抗係数, であって, この値が観測値より直接求められるものである。

式(1), (1')を数値積分することにより, $h_2 = h_2(x)$ が求められる。この場合, 簡単の為に $\frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} = -i$ という条件を用いた。実際, 実測によってもこの値は非常に小さく, $10^{-6} \sim 10^{-5}$ であることが確かめられている。 f_{ie} の値を適当に仮定して数値積分を行ない, 計算値と実測値が一致するような f_{ie} の値を採りだせば, 与えられた条件における f_{ie} の値が求められる。ここで,

$$\tau_c = \frac{1}{2} \rho f_{ie} \bar{u}_1^2, \quad \tau_b = 0 \quad (2)$$

である。東京大学で行なわれた実験についての計算例をあげれば図2のようである。レイノルズ数

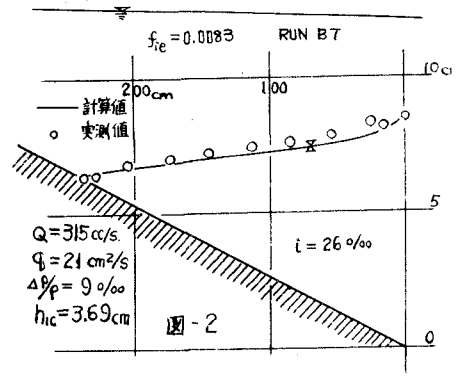


図-2

$Re = \frac{u_i h_i}{\nu}$ を用いて f_{ie} を整理すると図3のようになる。昭和37年に発表された東北大の値とかなり良く一致している。

次に f_i の関数形を理論的に導くことを試みた。流れを定常的な遅い二次元流と考えると、運動方程式において、非線形項は省略されて、

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial P}{\partial X} \quad (3)$$

を得る。設は各層において一定と仮定すれば、各層において水平方向の流速分布は y の二次式となるから、これを無次元化して、

$$\hat{v}_i = \frac{u_i}{u_{i1}} = a_i \left(\frac{y}{h_i}\right)^2 + b_i \left(\frac{y}{h_i}\right) + c_i \quad i=1,2 \quad (4)$$

とあらわす。6個の定数を求めるのには、次の6個の境界条件を与えればよい。(Ippen-Harleman の方法に近い)

すなわち、水面でせん断力 = 0, 境界面でせん断力および速度の連続, 底面で速度 0, $\int_0^{h_1} u_1 dy = \bar{u}_1 h_1$, $\int_0^{h_2} u_2 dy = 0$ の条件である。求められた定数は、

$$a_1 = -\frac{6}{4+3K}, \quad b_1 = \frac{12}{4+3K} = b_2, \quad c_1 = \frac{3K}{4+3K} = c_2$$

$$a_2 = \frac{9}{K(4+3K)} \quad K = h_2/h_1$$

となる。これを図示すれば図-4のようになる。下層内の流速分布は実測値とよく合うが、上層内の分布はあまり良く合わない。

これには境界層方程式を用いる方が妥当であるとも思われる。これらの値から、 f_i の値を求めると、 $\tau_x = \mu \frac{du}{dy} \Big|_{y=0}$ であるから、 $f_i = \frac{6}{Re} \frac{1}{1+\frac{3}{4}K} \leq \frac{6}{Re}$ (5) を得る。これは側壁の影響を考慮に入れていないので、 f_{ie} よりはずっと小さい。そこで、近似的に側壁におけるせん断応力の分布を図-4の右におけるように考え f_i を補正すると、見かけの f_i , すなわち、 f_{ie} は、

$$f_{ie} = 3.5 f_i = \frac{18}{Re} \frac{1}{1+\frac{3}{4}K} \leq \frac{18}{Re} \quad (\text{中 } B = 15 \text{ cm. の場合}) \quad (6)$$

を得る。図-3を見れば、実測値と理論値の最大値はかなり近づいているが、まだ十分とはいえない。

結論としては次のことがいえる。

1. 二次元層流理論による f_i の傾向はかなり実測値を説明できるが、境界面の状況が規定できない為はまだ不十分である。
2. 平均流速を用いた式は勾配のある場合にもかなり良く堰水楔の形状を与えらる。
3. 中の狭い水路では側壁の影響が大きい。

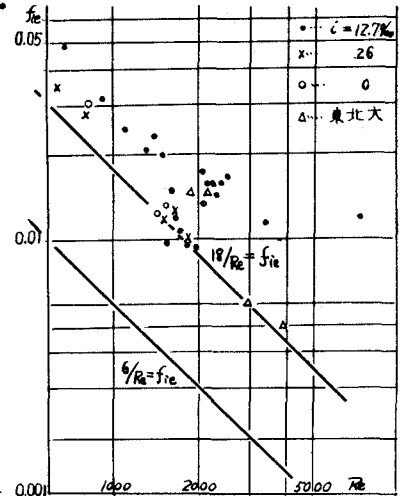


図-3: $f_{ie} \sim Re$ の関係

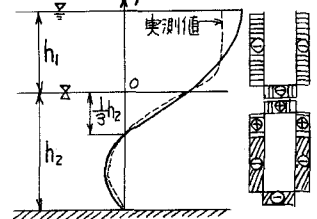


図-4