

II - 27 モンテ・カル口法による乱流現象のシミュレーションへの試み

電力中央研究所 正員 日野 幹雄

1: “決定論的および確率論的問題の処理に、無作為抽出の方法を利用すること”と定義されるモンテ・カル口法は、現在広い分野(とくにOR)において利用されている。この方法を乱流現象へ応用しようとするのが著者の目的である。乱流は乱数操作と同じく確率的な不規則現象であるが、未だ乱流に乱数操作ないしはモンテ・カル口法を適用しようという試みはみられない。これは乱流は不規則な変動のうちにも度数分布の他にスペクトルないしは相関関数のような統計的規則性が存在することがその一理由であると考えられる。それゆえ、まず一次的な乱流モデルを作り、次に一つの応用として乱流拡散の数値実験を行ってみる。この乱流拡散は微分方程式にたよることなく、乱流場での粒子拡散を直接追跡するものである。

2: 乱流の流速変動のシミュレーションとして、Weizsackerにはじまり井上(栄)によって確立された乱子仮説を用いる。乱流場は種々の階級の乱子の運動の和として表わされ、各乱子はそれぞれに特徴的な大きさ・速度・寿命時間などをもっている。各乱子のエネルギーは順次高い階級の乱子に輸送され、最上階の乱子(最小乱子)に到って粘性によって熱に変る。n階級の乱子(大きさ Λ_n)の時間 τ における速度を V_{nr} 、寿命時間を τ_n 、乱流場の平均流速を U とすれば、乱子の通過時間は $T_{nr} = V_{nr} \tau_{nr} / U$ (あり)、エネルギー遷散率は $\epsilon \sim V_{nr}^3 / \Lambda_n$ 、寿命時間は $\tau_n = \Lambda_n / v_n$ とあらわされる。乱流場の流速 V_r は各乱子の和として

$$V_r = A_0 V_{0r} + A_1 V_{1r} + A_2 V_{2r} + \dots + A_m V_{mr}$$

となる。エネルギー輸送の関係から $A_i / A_m = (i/m)^3$ となる。

この V_{nr} は電子計算機の乱数発生プログラムによって作られる正規分布乱数とする。乱数の経過時間は最小乱子のそれの $(m-n+1)$ 倍とする。下には3乱子モデルによる乱流場の一例を示す。然面の関係上、相関関数やスペクトル関数については講演時にゆずる。

3: 一様な乱流場での拡散はTaylorの理論から拡散係数を求め、Fickの拡散方程式を解けばよい。しかし、一般的には拡散係数を仮定しなければならぬ。この不確定さは、乱流場そのものをシミュレートすれば除くことが出来るし、拡散係数も決定される。

```

0.34918448E-00
0.13042277E 01
-0.950002584E 00
-0.11262079E 01
-0.12893817E 01
-0.21330100E 01
0.74095775E 00
0.10834649E 01
0.98428640E 00
0.83073221E 00
-0.137664193E 01
-0.73144179E 00
-0.11299694E-00
0.67892827E 00
0.16748690E 01
0.13091553E 01
0.20619840E 01
0.17240322E 01
-0.17922632E-00
-0.43324059E-00
0.26798642E 01
-0.20591046E 01
-0.8547795E 00
-0.17206772E 01
0.92997732E 00
0.76628922E 00
-0.13584238E-00
-0.11159056E-00
0.33367252E-00
0.12835525E-00
-0.50368968E 00
-0.66949415E 00
0.16275528E-00
-0.13864128E 01
0.1434351E 01
0.73365023E 00
0.25202787E-00
0.15682941E 01
-0.53465007E 00
-0.62469882E 00
-0.811073E 00
-0.69445160E 00
0.15423363E 01
0.38654354E-00
0.82340084E 00
0.8287990E 00
0.5563925E 00
0.10451819E 01
0.13404594E 01
0.13503622E 01
0.31160723E 01
-0.30032795E 01
-0.2741976E 01
-0.40282883E 01
-0.65165633E 00
0.36684010E-00
0.56657157E 00
    
```

下図は、電子計算機 IBM 7090 によって光源から放出された粒子の運動を追跡して拡散度を求めた例である。(上は一様流, 下は $U = 10U_0 - 0.2y$ の流速分布の剪断流の場合である。乱れの強さは $\sqrt{u^2} = \sqrt{v^2} = 0.1U$ とした。) 横軸は光源からの無次元距離 $x/U_0 \times \text{sec}$, 縦軸は $y/U_0 \times \text{sec}$ である。下の剪断流場での拡散では, convectionのために流軸に対して対象になっている点に注目したい。一様流について粒子の分散は x^2 に比例することになる。

N, M	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
3.0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
2.8	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
2.6	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
2.4	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.	7.
2.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	3.	16.
2.0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.	9.	33.
1.8	0.	0.	0.	0.	0.	1.	11.	10.	26.	21.
1.6	0.	0.	1.	6.	4.	21.	48.	43.	54.	35.
1.4	0.	0.	3.	6.	7.	27.	47.	84.	69.	78.
1.2	0.	0.	11.	26.	36.	54.	53.	74.	97.	61.
1.0	0.	4.	28.	53.	91.	87.	95.	103.	105.	104.
0.8	0.	15.	55.	105.	111.	138.	121.	104.	85.	109.
0.6	0.	71.	116.	184.	176.	149.	124.	112.	116.	116.
0.4	0.	228.	258.	181.	212.	173.	178.	142.	129.	108.
0.2	0.	418.	303.	275.	212.	193.	155.	121.	137.	133.
0.	0.	480.	378.	292.	223.	219.	212.	189.	166.	164.
-0.2	0.	411.	338.	245.	213.	192.	204.	207.	128.	165.
-0.4	0.	257.	265.	226.	203.	206.	187.	187.	159.	143.
-0.6	0.	97.	148.	179.	213.	171.	178.	130.	162.	141.
-0.8	0.	16.	54.	126.	136.	115.	102.	111.	124.	115.
-1.0	0.	2.	31.	46.	87.	103.	88.	110.	105.	96.
-1.2	0.	0.	6.	34.	50.	76.	64.	112.	119.	122.
-1.4	0.	0.	0.	6.	34.	26.	46.	72.	80.	90.
-1.6	0.	0.	0.	0.	2.	24.	42.	31.	45.	47.
-1.8	0.	0.	0.	0.	0.	15.	29.	23.	20.	26.
-2.0	0.	0.	0.	0.	0.	4.	12.	15.	24.	32.
-2.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	15.	17.	20.
-2.4	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	8.	2.
-2.6	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	3.	12.
-2.8	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	4.
-3.0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	1.
-3.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

N, M	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
3.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	4.
3.0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	5.	27.	7.
2.8	0.	0.	0.	0.	0.	0.	7.	28.	35.	9.
2.6	0.	0.	0.	0.	1.	5.	17.	49.	47.	18.
2.4	0.	0.	4.	3.	18.	74.	91.	86.	70.	44.
2.2	0.	0.	18.	16.	34.	68.	104.	134.	118.	83.
2.0	0.	4.	27.	73.	105.	99.	144.	139.	152.	72.
1.8	0.	11.	68.	131.	152.	168.	130.	125.	120.	89.
1.6	0.	85.	147.	203.	216.	189.	139.	142.	131.	151.
1.4	0.	252.	279.	226.	230.	195.	192.	139.	145.	149.
1.2	0.	416.	325.	293.	251.	206.	172.	157.	164.	158.
1.0	0.	476.	378.	282.	214.	216.	213.	191.	170.	149.
0.8	0.	399.	323.	248.	187.	180.	196.	193.	151.	177.
0.6	0.	241.	226.	199.	179.	189.	153.	171.	136.	144.
0.4	0.	92.	119.	146.	175.	148.	157.	124.	124.	99.
0.2	0.	17.	58.	117.	124.	82.	90.	86.	95.	96.
0.	0.	2.	19.	33.	69.	71.	75.	83.	79.	76.
-0.2	0.	0.	8.	24.	37.	67.	50.	59.	101.	93.
-0.4	0.	0.	1.	15.	29.	31.	38.	42.	59.	71.
-0.6	0.	0.	0.	0.	8.	27.	21.	24.	36.	33.
-0.8	0.	0.	0.	0.	0.	6.	14.	27.	23.	21.
-1.0	0.	0.	0.	0.	0.	3.	13.	25.	14.	10.
-1.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	6.	12.	11.	14.
-1.4	0.	0.	0.	0.	0.	0.	3.	3.	5.	9.
-1.6	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	5.	10.
-1.8	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	6.
-2.0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-2.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-2.4	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-2.6	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-2.8	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-3.0	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-3.2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-3.4	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
-3.6	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.