

I-26 ラプラス変換による水面形の研究

山梨大工 正真 ○ 佐々木 大策
萩原 能男

まえがき 南水路における河中の変化する場合の流況、また水路床が変化する場合の流況についての研究は 本間・岩佐・芦田・Chow 諸博士等の研究が発表されているが一般に漸変流のきわめて緩やかな変化に対して 基礎方程式と解く方法である。筆者はラプラス変換によつて 基礎方程式と計算して水面の大略の値と成の、実験値と比較して修正理論公式を作成して、現場での大略の計算に役立てようと思う。

基礎方程式 一般に用いられている基礎方程式を、床勾配とゆるやかであると仮定して z : 河床高 H : 水深 U : 平均流速 α : エネルギー補正係数 g : 重力の加速度 R : 径深 A : 流水断面積 n : 粗さ係数 x : 流れの方向にとつた軸 等の文字を用いて表わすと

$$\alpha U \frac{dU}{dx} = -g \frac{n^2 U^2}{R^4} - g \frac{d}{dx} (H+z) \quad (1)$$

$$A \frac{dU}{dx} + U \frac{dA}{dx} = 0 \quad (2)$$

となる。総ての変化が微小であるとして式(1)(2)を線形化して、水路巾 B なる長方形断面水路と仮定して 各物理量に対して定常値と微小な変動量とに分けて、変動量も小文字で表わして、次のような無次元量を用いて式(1)(2)を変形すると式(4)(5)が得られる。

無次元量 $v = U/U_0$, $\delta = R/R_0$, $m = b/B_0$, $f = z/H_0$, $l = x/H_0$, (U_0, H_0, B_0 は $l=0$ における値), $\mu = n^2 g H_0 / R_0^4$, $\beta = R_0 / B_0$, $\beta = R_0 / H_0$, $f = U_0 / \sqrt{g H_0}$ (3)

$$\alpha \frac{dv}{dl} = -\mu - 2\mu v + \frac{4}{3}\mu \beta \delta + \frac{8}{3}\mu \delta m - \frac{1}{f^2} \frac{df}{dl} - \frac{1}{f^2} \frac{df}{dl} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dl} (\delta + m + v) = 0 \quad (5)$$

これ等の基礎方程式を次のような境界条件のもとに解くことになる。

水路巾の変る場合の解 図-1に示すような水路巾の変る境界条件のもとに式(3)(4)を解くと 微小項を省略して

$$\delta = \frac{1-f^2\mu}{1-\alpha f^2} l - \frac{\alpha f^2}{1-\alpha f^2} m_0 F(l) \quad (6)$$

ただし $m_0 = b_0/H_0$ 又 $F(l)$ は図-2のような関数である。又 $l_2 - l_1 = l_4 - l_3$ である

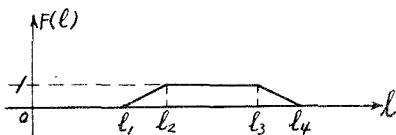


図-2 $F(l)$

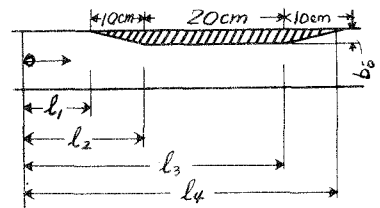


図-1 水路の中の
変る図

$b_0 = 10 \text{ mm } 15 \text{ mm } 20 \text{ mm}$

式(6)の解と 実験値とを比較すると図-3のようになる。この誤差は最も小さい

くするように式(6)を修正すると式(7)のようになる

$$h = \left(P \frac{i-f^2\mu}{1-\alpha f^2} + Q \right) x - \left(\int \frac{\alpha f^2 b_0}{1-\alpha f^2} \right) F(x) \quad (7)$$

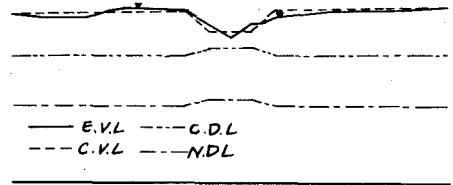
ただし P, Q, S の値は次の通りである。

	P	Q	S
常流	0.70	0.0026	0.21
射流	0.50	0.0081	0.21

図-3

実験値と理論値比較

($f=3\sim 5$, $b_0/H_0=0.1\sim 1.0$ の範囲で20%以内の誤差になる)



Sheet No 56 $\theta = 4.0\%$ $b_0 = 1.5\text{ cm}$
 $f_0 = 0.594$ $i = 1/100$ $V = 0.518\text{ m/s}$
 $n = 0.0096$

Scale 0 1 2 3 4 5 cm

水路床の変る場合の解 図-4に示すような水路床の変る境界条件のもとに式(3)(4)を解くと微少項を省略して

$$f' = \frac{i-\mu f^2}{1-\alpha f^2} l - \frac{1}{1-\alpha f^2} \int_0^l F(l) \quad (8)$$

ただし $\int_0^l = \int_{H_0}^{Z_0}$ で $F(l)$ は前述の図-2のような関数である。($l_2 - l_1 = l_4 - l_3$)

この式(8)の理論解と実験値とを比較すると図-5のようになり、その誤差を最小にするように式(8)を修正すると次のようになる。

常流の場合には修正せずに数%の誤差で式(8)を用いることができる。射流の場合

$$h = \left(0.091 \frac{i-\mu f^2}{1-\alpha f^2} + 0.0031 \right) x - \frac{Z_0}{1-\alpha f^2} F(x) \quad (9)$$

($f=3\sim 9$, $Z_0 \leq 2H_0$ の範囲で10%以内の誤差)

なる式を用いて大畧の水面形と計算することができる。

まとめ

水路床あるいは水路巾の変化の緩やかな場合に式(7)あるいは式(9)に示した計算式で大畧の計算をすると水面形の値が10%以内の精度で計算できる。ただし常流の場合には下流の影響が常流にまで達したM, S, 型の水面形では非常によく一致し、射流の場合には精度がMach Wave 等のため多少おちる。又水路巾の変る場合より水路床の変る場合の方が良い結果を得ることができる。構造物の近所に支那断面の生ずるときには用いることはできない。常流の位置とあまり上流にすることは精度を悪くすることは明白である。

本研究の計算および実験には 大林組の武井由勝氏、水資源開発公団の中込武史氏の多大の労苦によるところが多い又本研究は昭和38年文部省科学研究費によることと付記してここに厚く謝意を表したい。

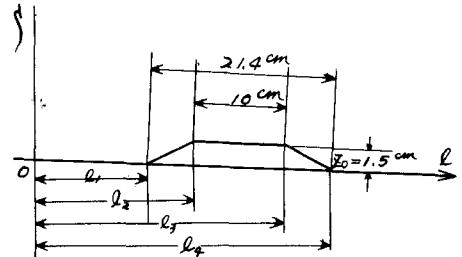
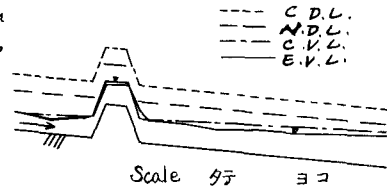


図-4

No. 56
 $Q = 6.0\text{ g/s}$
 $F_0 = 6.08$
 $H_0 = 0.74\text{ cm}$
 $V_0 = 1.63\text{ m/s}$
 $H_c = 2.53\text{ cm}$
 $i = 1/100$
 $n = 0.0099$



Scale 5分 30分

図-5

実験値と理論値の比較