

II-23 波型水路床上の流れについて

大阪大学工学部 正員

室田 明

同

上

○ 村岡 浩爾

河床の不規則な縦断形状の要素である sinuous bed を考える。sinuous bed の波長が十分大きい場合には通常不等流計算によって水面形が一義的に確定され、逆に十分小さい場合には粗面の凹凸としての取扱いに帰着する。ここで扱うものはそれらの中間的なもので、実際河川の流況を調べる上に、一つの重要な研究課題であると思われる。

1.) 水面形について: 実験に用いた sinuous bed は次式で与えられる。

$$z = a \sin(2\pi x/L), \quad a: 1.5 \text{ cm}, L: 100 \text{ cm}, \text{水路巾: } 55 \text{ cm}.$$

平均水路床は 1/1000 の勾配をもち、波型部分は 6 波長としその中央部の

2 波長区間で測定を行った。観測水面形は図-2

の如くである。平均水深: h_m , 平均流速: v_m

によって Froude 数: F_m を定義すると、 F_m の値は

0.51 ~ 0.61 と変らないが、 h_m が大きいほど波状

jump は顕著になる。波型の crest における観

測水深: h_{ce} を、平行流の限界水深: $h_c = \sqrt[3]{\alpha q^2/g}$

と比較すれば図-3 の如くで、 h_{ce} が一様に小さく現われている。

摩擦を無視したポテンシャル理論では、sinuous bed における流れ

は jump は生ぜず、Thomson の写像計算によると、水面形を、

$$\eta = \eta_0 \sin(2\pi x/L)$$

とおくと、bed と水面形の振巾の比は次式で表わされる。

$$\eta_0/a = 1 / \{ \cosh(2\pi h/L) - (gL/2\pi v^2) \cdot \sinh(2\pi h/L) \}$$

従って、 $1 \leq v^2 / \{ (gL/2\pi v^2) \cdot \tanh(2\pi h/L) \}$

によって水面形は bed curve に沿うか、ふくらむかになる。¹⁾

また Boussinesq の流線の鉛直方向の曲率を考慮した定常流の

微分方程式から振巾の比を導くと次式となる。²⁾

$$\eta_0/a = (1/\Phi) - 1$$

$$\Phi = \frac{1 + \frac{1}{3}(2\pi h/L)^2}{1 + \frac{1}{6}(2\pi h/L)^2} - \frac{gL}{2\pi v^2} \cdot \frac{2\pi h/L}{1 - \frac{1}{6}(2\pi h/L)^2}$$

図-2 より水面形の平均振巾を読みとり、bed の振巾との比:

(η_0/a) を求め、上記理論式と比較したのが図-4 である。

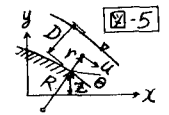
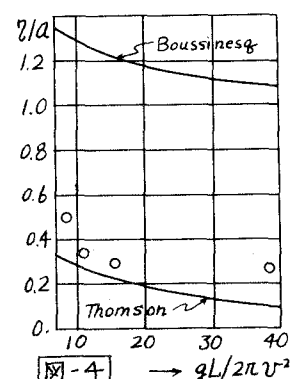
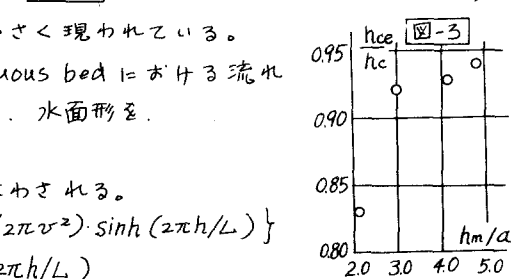
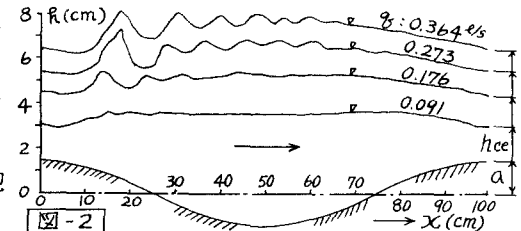
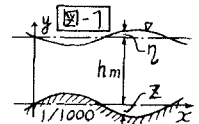
2.) 非静水圧分布の流れについて: wavy bed では曲線流とな

るから圧力は静水圧分布にならな。free vortex の仮定では、

図-5 の記号を用いると、流速分布及び圧力分布は次のようになる。³⁾

$$u = u_s \cdot (R+D)/(R+r) \quad (1)$$

$$p/w = (D-r) \cos \theta + (u_s^2/2g) \cdot [1 - \{(R+D)/(R+r)\}^2] \quad (2)$$



u_s は水表面の流速で、平均流速: V との関係は次式で表わされる。

$$u_s/V = D / [(R+D) \cdot \log \{ (R+D)/R \}] \quad (3)$$

曲線流を一次元的に取扱うために、断面についてエネルギーの平均化を行うと

$$E = \alpha \cdot V^2/2g + \alpha' D \cos \theta + Z$$

$$\text{又は } E = \alpha V^2/2g + D \cos \theta - \lambda DV^2/gR + Z \quad (4)$$

α (velocity-distribution coeff.) 及び λ (又は α' : pressure distribution coeff.) は、

D, R 又は R/D の関数である。特に λ を含む項は遠心力

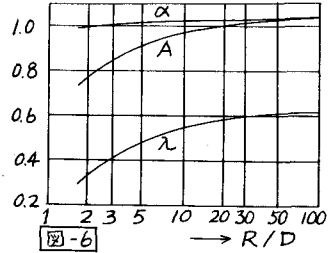
による圧力減少を表わし、 u の代りに V , $(R+r)$ の代りに R

とおいのため補正係数である。 α, λ は次式で表わされる。

$$\alpha = \int_0^D \left(\frac{u}{V} \right)^3 \frac{dr}{D}, \quad \lambda = \int_0^D \left[\int_D^R \frac{(u/V)^3}{(r/R)} \frac{dr}{D} \right] \frac{dr}{D} \quad (5)$$

u の分布型は、(1)式及び Blasius の指数分布を重ね合せ、

$$u = u_s \cdot \frac{R+D}{R+r} \left(\frac{r}{D} \right)^{1/7} \quad (6)$$



と仮定出来るものとして (5) 式を数値計算したものが 図-6 である。

(4) 式より、Böss, Bélanger, Bresse の定義による限界水深を求めることが出来る。

即ち、

$$D_c = \sqrt[3]{\frac{g^2}{g \cos \theta} \left[\left(\alpha - \frac{1}{2} D \frac{d\alpha}{dD} \right) - \frac{D}{R} \left(\lambda - D \frac{d\lambda}{dD} \right) \right]} \equiv \sqrt[3]{A \cdot \frac{g^2}{g \cos \theta}} \quad (7)$$

A は、平行流の限界水深: $H_c = \sqrt[3]{g^2/g \cos \theta}$ に対する補正係数の如きもので、その値は

図-6 に示す。支配断面は Böss, Bélanger では wavy bed の crest と考えられるが、Bresse

の定義では (4) 式に摩擦損失項を考慮し、微小項を省略すれば限界勾配: θ_c は

$$\tan \theta_c / \cos \theta_c \doteq \theta_c = g / \{ C_*^2 A (1 + D/R) \} \quad (8)$$

$$\text{即ち } 1/C_*^2 = 1/C^2 + (\lambda D^2/g \cos \theta_c) \cdot (d^2z/dx^2), \quad C: \text{Chézy's } C$$

以上を実験的に考察するために、特に曲率半径が x に比例して増加するような single hump bed を製作した。形状は次式で表わされる。

$$Z = x/a + \{ (R_0 + ax)/a^2 \} \cdot \log_e \{ R_0/(R_0 + ax) \}$$

$$R_0 = 10 \text{ cm}, \quad a = 6 \quad (9)$$

形状と実測水面形の一例を図-7 に示す。(7)(8) 式

による計算値も併記した。crest の流速、圧力分布

の測定値は図-8, 9 に示す。理論曲線は (1)(2) (3)

に従った。理論とずれるは、このような越

流型では free vortex の仮定に従わな

いであろう。そのためか、 D_c の計算値にも

若干の誤差が含まれるものと考えられる。

1) M. Thomson: Theo. Hydrodynamics P.372 (1938)

2) F. Engelund: Three-dimensional flow in open ch.

3) 応用水理第2巻, P.27 La Houille Blanche (Oct. 1963)

