II－21 開水路の彎曲によるエネルギー損失について（オ二報）

土木研究所　正員　吉川秀夫
○須賀堯三

1. わん曲流の特性

常流状態のわん曲流は，わん曲角θ_0が十分大きいときには(たとえば$\theta_0 > 60°$)下流直線部の影響が顕著に現われ，わん曲の末端において，いわゆるforced vortexの仮定が適用できる。[1)(2)] 下流の直線部に入ると，流速分布としてはforced vortexの影響が長い区間にわたって存続するが，外側への水位の盛り上りは遠心力がなくなるので急激に消えて水平になる。

2. 理論的考察

わん曲によるエネルギー損失として，わん曲の末端から下流直線部に移る近傍に生じるものを扱う。これは他の損失より相当大きいので，オ一近似としては，二次流による損失を無視して計算してもよい。いま，水平河床の長方形断面わん曲水路(わん曲角はたとえば$\theta_0 > 60°$)を考え，わん曲末端の断面を1，それより下流で摩擦の影響があまり効いてこない範囲に断面2を定めれば，運動量の関係は近似的に

$$\int_{R_i}^{R_0} \frac{g}{2} h^2 \, dr + \int_{R_i}^{R_0} u \cdot u h \, dr = \frac{g}{2} B H_2^2 + \eta B H_2 U_2^2 \qquad \text{——— (1)}$$

と表わされる。断面1でforced vortexになっているとすれば $u = rc$ から水深hは，

$$h = H_1 + \frac{c^2 B^2}{g}\left(\frac{1}{2}\frac{R}{B} + \frac{1}{12}\right) - \frac{c^2}{2g}\left(R_0^2 - r^2\right) \qquad \text{——— (2)}$$

である。ここで，$H_1 = (1/B)\int_{R_i}^{R_0} h \, dr$ は平均水深とする。常数cは$Q = \int_{R_i}^{R_0} hu \, dr$ から定められる。運動量の補正係数ηは断面2においても $u = rc'$ とすれば，$\eta = 1 + 1/\{12(R/B)^2\}$ である。これらの関係を(1)に入れて整理すれば，

$$\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2 = \frac{1 + 32\left\{\left(\frac{R}{B}\right)^2 + \frac{1}{12}\right\}\sinh^2\frac{\varphi}{3} + 64\left\{\frac{5}{3}\left(\frac{R}{B}\right)^2 + \frac{1}{36}\right\}\sinh^4\frac{\varphi}{3}}{1 + 2\left\{1 + \frac{1}{12(R/B)^2}\right\}F_2^2}$$

ただし，

$$\sinh\varphi = \frac{0.75 F_2}{\frac{R}{B}}\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad \text{——— (3)}$$

によって，H_2/H_1はR/Bおよび断面2のフルード数F_2の関数として定められる。(3)式からはそれぞれ常流，射流に対する根が得られるが，ここではH_2/H_1の小さい方の実根，常流解のみに意義がある。限界条件は式が非常に複雑なので省略する。

断面1の平均エネルギーは $E_1 = (1/Q)\int_{R_i}^{R_0}\left(h + \frac{u^2}{2g}\right) uh \, dr$，断面2の平均エネルギーは$E_2 = H_2 + \alpha U_2^2/2g$，$\alpha = 1 + 1/\{4(R/B)^2\}$であるから，わん曲の末端部に生じるエネルギー損失$\Delta E$は，

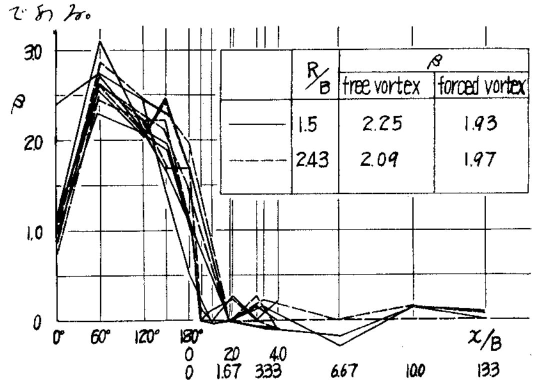
$$\Delta E = E_1 - E_2 \doteqdot \frac{U_2^2}{2g}\left[\left\{1 + \frac{7}{12}\frac{1}{(R/B)^2}\right\}\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2 + \frac{5}{12}\frac{1}{(R/B)^2}\left\{1 + \frac{1}{12(R/B)^2}\right\}F_2^2\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^5 - \frac{2}{F_2^2}\left\{1 - \frac{1}{(H_2/H_1)}\right\} - 1 - \frac{1}{4(R/B)^2}\right] \qquad \text{——— (4)}$$

となる。(4)式の関係は図－3のようである。断面1の有効巾B_{1e}として，$E_1 = H_1 + (1/2g)$

$(U_2H_2B/H_1B_{1e})^2$ と表わされるようなものを定義すると、

$$B_{1e} = B_1\sqrt{1\Big/\left[\left\{1+\frac{7}{12}\frac{1}{(R/B)^2}\right\}+F_2^2\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^3\left\{\frac{5}{12}\frac{1}{(R/B)^2}+\frac{1}{144}\frac{1}{(R/B)^4}\right\}\right]} \qquad (5)$$

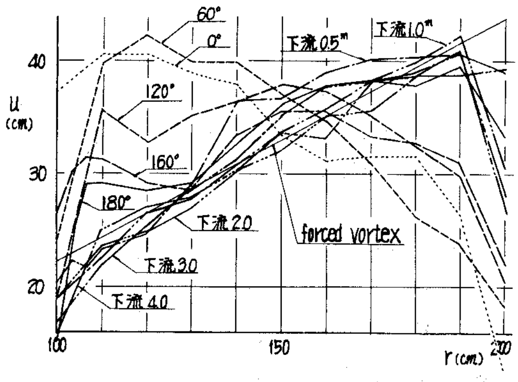
である。



	R/B	β free vortex	β forced vortex
———	1.5	2.25	1.93
- - - -	2.43	2.09	1.97

図－1　横断水面勾配の変化

($F_2=0.2\sim0.6$　$n=0.015$, 0.020)



図－2　横断流速分布の変化

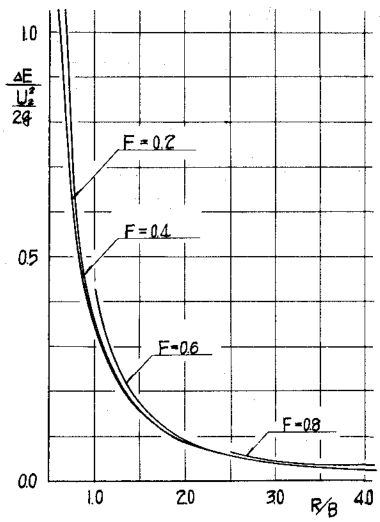
($\theta_0=180°$, $B=100$cm, $R/B=1.5$, $F_2=0.2$, $n=0.015$の例)

3. 実験による検討

わん曲の外側と内側の水位差を

$$h_o - h_i = \beta\frac{U^2}{2g}\frac{B}{R} \qquad (6)$$

と表わしたとき、free vortexでは $\beta = 2/\{1-B^2/(4R^2)\}$、forced vortexでは $\beta = 2/\{1+B^2/(12R^2)\}$ である。図－1はβの変化を表わすものであるが、free vortexから末端部でforced vortexになり、下流の直線部に入ると、急激に水位差がなくなることを示す。流速分布の変化の様子は図－2のようであり、末端部より下流では、forced vortexになっている。断面1、2間の摩擦の影響は $n=0.010$, 0.015, 0.020 の3種の実験の結果からは判然とした差が認められなく、無視できるようである。これらはいずれも理論の基ずく仮定の妥当性を裏づける。わん曲の影響は相当下流にまで及ぶが、相当量のエネルギーは直下流で失われてしまうのである。θ_0、F_r、roller等による制約に関する事項は今後に残された問題である。わん曲による影響を不等流計算に入れる場合は、第一近似としては末端部での計算水位 H_1 とここで(5)式の有効幅を出発条件として、上流への逐次計算を開始すればよい。



図－3　エネルギー損失

〔文献〕(1) 須賀堯三　河川の弯曲部における洗掘について，土木技術資料, 5-4, 1963.4（土研）

(2) 吉川, 須賀　開水路の弯曲によるエネルギー損失について(第一報), 18回年次講演会