Ⅱ－20　開水路彎曲部の水理学的特性に関する研究（その４）

京大防災研究所　正員○村本嘉雄
建設省中国地建　正員　石田真一

比較的水深の大きい彎曲部の流れは上層，下層の二層に分けて取扱うことができる。本報告では，昨年度に続いて，主流方向に一様な二次流の存在する上層部の流れについて考察し，実験結果より検討するとともに，側壁近くの流れの取扱いについて吟味する。

1．上層部の流れに関する考察；二次流として半径方向の成分だけを考慮し，流れの基礎式をつぎのように与える。

$$V\,dU/dr + UV/r = gi \;\cdots\cdots (1) \qquad V\,dV/dr - U^2/r = -g\,dh/dr \;\cdots\cdots (2) \qquad \frac{1}{r}\frac{d}{dr}(Vr) = 0 \;\cdots\cdots (3)$$

これらの式から，V，U および h を求めると，

$$V = C_1/r \;\cdots (4) \qquad U = gir^2/3C_1 + C_2/r \;\cdots (5) \qquad h = g i^2 r^4/36C_1^2 - (C_1^2+C_2^2)/2gr^2 + 2iC_2 r/3C_1 + C_3 \;\cdots (6)$$

となる。積分定数 C_1，C_2 および C_3 を定めるには境界条件が必要であるが，壁面近くの現象が明らかでないので，ここでは，つぎの仮定を用いて C_1 と C_2 との関係を求め，U，h の特性を検討する。すなわち，「一断面内で平均水深($\bar{h}$)が水路中央の水深(h_c)に等しい」と考える。この仮定は著者等の実験結果によると，図.1 に示すように曲率の大きい彎曲部においても，流れがはく離しない場合には妥当なことが認められる。(6)式より $\bar{h} = h_c$ を求めると，C_1 と C_2 との関係は

$$C_1^2(C_1^2 + C_2^2) = \frac{1}{9} g^2 i^2 B^6 \alpha^2 (\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4) \;\cdots (7) \qquad (\alpha = r_c/B > 1/2)$$

となる。一般に，上層部の流れでは U > V，$C_2 > C_1$ であるから，C_1^4 を $C_1^2 C_2^2$ に比して無視できると考えると，つぎのようになる。

$$C_1^2 C_2^2 \fallingdotseq \frac{1}{9} g^2 i^2 B^6 \alpha^2 (\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4) \;\cdots (7)'$$

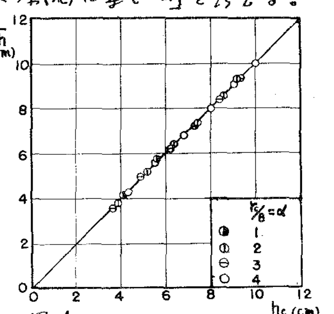

図.1

(7)′式を用いて，(5)，(6)式から $dU/dr \gtreqless 0$ および $d^2h/dr^2 \gtreqless 0$ の条件を求めると，

$$dU/dr \gtreqless 0 \;;\; t^3 \gtreqless \frac{1}{2}\alpha\sqrt{(\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4)} \;\cdots (8)$$
$$d^2h/dr^2 \gtreqless 0 \;;\; t^3 \gtreqless \alpha\sqrt{(\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4)} \;\cdots (9)$$
（複号同順）

となる。ここで，$t = r/B$　($|t - \alpha| \leqq 1/2$) である。
(8)，(9)式の関係を図示すると図.2 のようになり，dU/dr，d^2h/dr^2 の符号によって三種の領域に分けることができる。Ⅰ および Ⅲ の領域はそれぞれ強制渦，自由渦に類似した特性をもち，Ⅱ の領域は両者が混成した特性をもっている。

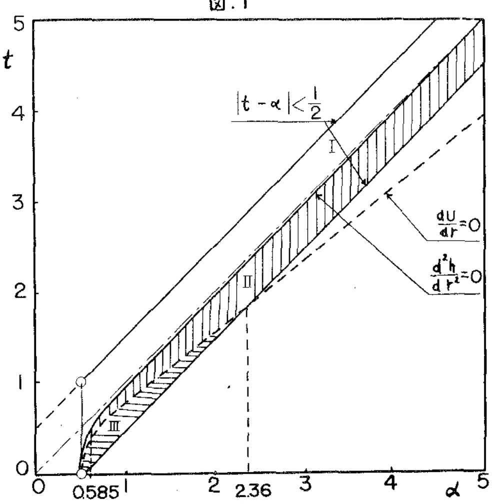

図.2　Ⅰ；$dU/dr > 0$，$d^2h/dr^2 > 0$，Ⅱ；$dU/dr > 0$，$d^2h/dr^2 < 0$
Ⅲ；$dU/dr < 0$，$d^2h/dr^2 < 0$．

つぎに，(5)，(7)′式から水路中央の流速 U_c を用いて無次元化した U 分布を求めると，

$$\frac{U}{U_c} = \frac{\left(t^3 + \alpha\sqrt{(\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4)}\right)\alpha}{\left(\alpha^3 + \alpha\sqrt{(\alpha^2 + 1/40)(\alpha^2 - 1/4)}\right)t} \;\cdots\cdots (10)$$

となる。α の大きい場合（α ≳ 5）には

$$U/U_c \doteqdot \frac{1}{2}\left(t^2/\alpha^2 + \alpha/t\right) \cdots\cdots (10)'$$

として充分に近似できる。一方，水面形は(6)，(7)′式から

$$(h-h_c)/B = gi^2B^3/36C_1^2\left[-\alpha^4+2(\alpha^2+1/40)(\alpha^2-1/4)-8\alpha^2\sqrt{(\alpha^2+1/40)(\alpha^2-1/4)}\right.$$
$$\left.+\left\{t^4-2\alpha^2(\alpha^2+1/40)(\alpha^2-1/4)/t^2+8\alpha\sqrt{(\alpha^2+1/40)(\alpha^2-1/4)}\,t\right\}\right] \cdots\cdots (11)$$

と表わされる。同様に $\alpha \geqq 5$ では，つぎのように近似できる。

$$(h-h_c)/B \doteqdot gi^2B^3/36C_1^2\left\{-7\alpha^4+\left(t^4-2\alpha^6/t^2+8\alpha^3 t\right)\right\} \cdots\cdots (11)'$$

2．実験結果による検討；円柱および球型ピトー管による流向測定から得られたV換算値およびU値から C_1，C_2 を求めて(7)式の関係を検討した。$\alpha=1, 2, 3$ の三ケースについて比較した結果，α の増加にともなって(7)式の関係に近ずく傾向にあったが，$\alpha=3$ の場合でも図.3に示すようにやや上方に離れる。本実験では彎曲角90°の急彎曲部を対象としたので，二次流が完全に発達した領域の設定に検討の余地があると思われる。つぎに，(10)式のU分布および(11)式の水面形と実験値とを比較した一例を示すと，それぞれ図.4，5のようになり，壁面近くを除いてほぼ一致する。なお，(11)式の係数 C_1 は(5)，(7)′式と実測のU値から決定した。

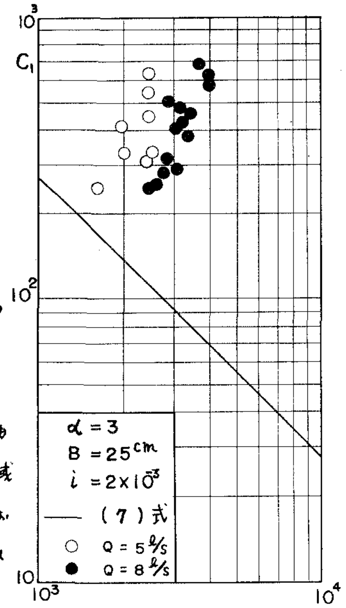

図.3

3．側壁近くの補正；側壁の近傍では粘性の影響を無視できないので，(1)，(2)式に粘性項を付加して流れの基礎式をつぎのように与える。

$$\begin{cases} V\,dU/dr + UV/r = gi + \nu\left\{\nabla_r^2 U - U/r^2\right\} \cdots\cdots (12) \\ V\,dV/dr - U^2/r = -g\,dh/dr + \nu\left\{\nabla_r^2 V - V/r^2\right\} \cdots\cdots (13) \end{cases}$$

ただし，$\nabla_r^2 = d^2/dr^2 + \frac{1}{r}d/dr$ である。(3)，(12)式から，

$$d^2U/dr^2 + (1-C_1/\nu)\frac{1}{r}dU/dr - (1+C_1/\nu)U/r^2 = -gi/\nu \cdots\cdots (14)$$

となり，一般解はつぎのように表わされる。

$$U = A_1 r^{1+C_1/\nu} + A_2 r^{-1} - gir^2/3(\nu - C_1) \cdots\cdots (15)$$

内壁 $r=r_1$ で $U=0$，$r=r_1+\varepsilon$ で $U=U_1$ として，内壁近くのUの第一次近似式を求めると，

$$U = \left\{gi/3C_1\, r_1^2\left(3+1/\varepsilon\right) + C_2/r_1\varepsilon\right\}\eta \cdots\cdots (16)$$

となる。ここで，$\eta = (r-r_1)/r_1$ である。同様に，外壁近くのUおよび(13)式と対応させて壁面近くのhを求めることができる。しかし，これらの式は未知量εを含んでおり，実験的にも検討する必要があろう。

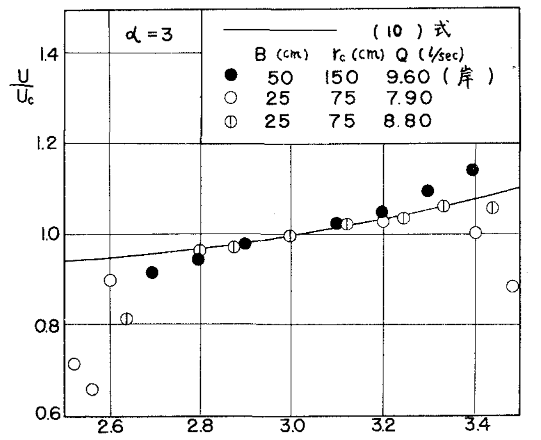

図.4

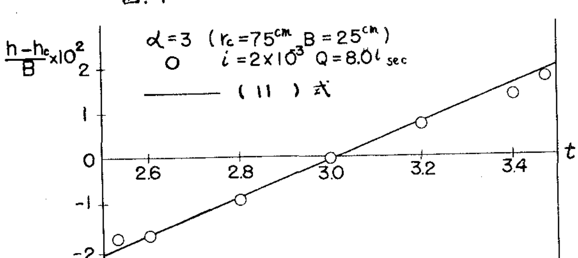

図.5

以上，上流部の流れについて述べたが，下流部の流れについても若干の考察を行ない[*]，現在，解析法について検討している。また，比較的水深の大きい彎曲流について，層流，乱流状態における主流と二次流の関係を検討している。 [*]京大防災研究所年報第7号（昭39.3）