

II-6 浸透流の Boussinesq's problem について

京都大学防災研究所 正員 農修 大橋行三

図1のごとく不透水層が水平、あるいはこう配のある滞水層の水平浸透流に関する基本式(1)は Boussinesq (1877) が示した。

$$K/f \cdot \left[h \cdot \frac{\partial h}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \right] - K \alpha / f \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial t} - p \quad (1)$$

ここで、 K : 透水性係数、 f : 有効間隙率、 p : Replenishment の比、(1)式は貯水池から野水池への浸透など、D-F の仮定に基づく流れに適応されるが、非線型であるため、その線型化の工夫が従来なされてきた。一方、自由水面をもった明・暗渠排水の挙動も(1)式の $\alpha=0$ の場合を基本式としている。

従来の考え方によれば、明渠への浸透挙動は、理論的に暗渠に対する解析が適用できるものと考えている。したがって、明渠への浸透に関する研究は二三あるのみで、水理学的に明らかでない。線型化の問題も含めて、その浸透挙動の特性を究明するとともに、従来の考え方の適否の検討を行なう必要がある。その第一段階として、まず基本的な挙動に対して従来の理論諸式がどの程度の精度を持つか実験結果と対比して検討し、その問題点を明らかにした。

図1 一般断面図

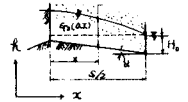
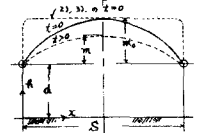


図2



I. 従来の理論解 暗渠への浸透の場合、図2について(1)式を書き換えると、

$$\frac{\partial h}{\partial x} = K/f \cdot \frac{\partial}{\partial x} (h \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) \quad (2)$$

1). Boussinesq の解 (L. D. Dumm, P. Kochina, J. v. Schilf gaade, M. S. Hantush)

初期および境界条件 $\beta \geq 0, \alpha = 0, 1, U = d/H, \beta = 0, \alpha = 1/2, U = 1, \beta > 0, \alpha = 1/2, \frac{\partial U}{\partial \alpha} = 0 \quad (3)$

$$U(d, \beta) = \frac{W(d)}{1 + k\beta} \cdot W(d) V(\beta) \quad (4) \quad W(d) \simeq \sqrt{\left(\frac{d}{H}\right)^2 + 4 \left[1 - \left(\frac{d}{H}\right)^2\right] (1-d)} \quad (5)$$

$$U \equiv h/M, \quad \alpha \equiv x/S, \quad \beta \equiv \frac{K M^2}{f S^2}, \quad k \equiv 2/3 \cdot B^2 (1 - I_2)^2, \quad I_2(a, b) \equiv \frac{B_2(a, b)}{B(a, b)}, \quad z \equiv (d/H)^2, \quad B \equiv B(z, 1/2), \quad M \equiv d + m_0$$

2). Glover の解 図2の座標原点を $(S/2, m_0/2)$ に移す。

$$\text{条件} \quad h(\pm S/2, t) = -m_0/2, \quad t=0, \quad h(x, 0) = m_0/2, \quad (-S/2 \leq x \leq S/2) \quad (6)$$

$$h_0 = \frac{4m_0}{\pi} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (-1)^{(n-1)/2} \cdot \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 t}{S^2}\right) \cos \frac{n\pi}{S} x - \frac{m_0}{2} \quad (7) \quad \mu \equiv DK/f, \quad D \equiv d + m_0/2$$

$$2'). \text{ Werner の解} \quad \text{条件} \quad h^2 = G_2(0x), \quad t=0, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = 0, \quad x=0, \quad h=H_0, \quad x=S/2 \quad (8)$$

$$h^2 = G_2(0x) + \{k^2 + 2H_0 k'\} \left\{ 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos \mu_n x \cdot e^{-\mu_n^2 t} \right\} \quad (9)$$

$$G_2(0x) \equiv H_0^2 + \beta/2 \cdot (S^2 - x^2), \quad \mu_n \equiv (2n+1)\pi/S \quad (\text{この場合 } d=0, p=0, H_0=m_0, G_2(0x)=m_0^2, D=m_0/2, k'=-m_0)$$

3). Brooks の解 P. L. K 法を用い、その才近似解として(7)を使って解く方法。

II. 実験 A) 実験装置 鉄製水槽(深さ12m, 巾1.0m, 長さ21.6m) (片面がガラス張り) マノメーター ($\phi=10^{\text{mm}}$ 底面22本, 側面24本) 実験砂 ($d_{60}=0.265, d_{10}=0.16$, 均等係数1.66, 透水性係数(平均値) $K=2.40 \times 10^{-2} (\text{cm/sec})$, 鋭角三角量水せき ($550^{\circ} \text{sec} \sim 105^{\circ} \text{sec}$), 砂は水締め(深さ約1.0m)。

水位測定はマノメーターを写真撮映し読みとった。

B). 実験条件. $d=0$, $t=0$, $h=m_0$ ($0 \leq x \leq S/2$), $t>0$, $x=0$, $h=0$. 実験開始後、微小時間 (ほぼ 15 sec) で明渠内水位を zero にした。Case 3 との水位回復には十分な時間をかけた。

C). 諸元と計算

表 1. 諸元と計算値

Case	m_0	$S/2$	Km_0/fS^2	$Km_0/f(\frac{S}{2})^2$	$4Km_0/fS^2$	$S/4Km_0/f$	t_0	ξ	観測	f
No. 3	89.4	2060	8.42×10^{-7}	4.15×10^{-4}	3.76×10^{-6}	266.6	950	86.5	18	—
No. 4	77.3	2060	7.31×10^{-7}	—	3.26×10^{-6}	286.3	1093	86.6	18	0.153
No. 5	91.4	1415	18.23×10^{-7}	8.98×10^{-6}	8.13×10^{-6}	185.2	439	90.6	18	—
No. 6	87.0	1415	17.46×10^{-7}	—	7.75×10^{-6}	189.8	461	88.4	19	—
No. 7	81.8	1415	16.36×10^{-7}	—	7.30×10^{-6}	195.5	489	88.4	18	0.142
No. 8	87.8	705	70.42×10^{-7}	3.48×10^{-6}	31.42×10^{-6}	94.20	113	88.6	15	—
No. 9	93.0	705	74.95×10^{-7}	—	33.44×10^{-6}	91.32	107	88.3	13	—
No. 10	77.7	705	62.37×10^{-7}	—	27.83×10^{-6}	100.1	124	89.5	10	0.163

算値 計算に

は c. g. s. 単位.

$f \div 0.15$, $K=4.462$ ($d=0$)

f は水面降下量と
流量から計算)

D). 初期水面形. 1) の解法を用いるとき、初期水面形と与え

る必要がある。B) の実験条件では、水位の Damping 現象が生じ、

$x=S/2$ の中央点の水位が降下し始まるまでに、Brooks も指摘する
ように、 t_0 時間かかる。これは野満の理論で検討できる。その式は

$$\xi = \xi_0 \{ 1 - \text{erf}(\xi) - \frac{S}{4Km_0} \cdot \text{erf}(\xi) \} \quad (10)$$

$\text{erf}(\xi) \equiv \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2} \text{erf}(\xi) \right) (1 - \text{erf}(\xi)) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\xi^2}$, $\text{erf}(\xi) = \text{erf}(\xi)$, $\xi = \frac{S}{4Km_0}$, $\xi_0 = m_0 - h$.

$\frac{S}{4Km_0}$: $\frac{Km_0 t}{S^2}$ のプロットから実測値について、 $4.0 \times 10^{-4} (\frac{S}{4Km_0} - 1)$ が求まる。

この値から t_0 を逆算し ξ を求めると (表 1). (10) 式の ξ はほぼ同位の zero

となり、妥当な t_0 を得る。 t_0 時の各水面形 (図 3) は相似と見做せる ($\frac{h}{m_0} \approx 0$).

E). 結果. $t>0$ で最高水位である中央点の水位の時間的变化を無次元化して図 4 に示す。同時に I の各理論解の計算結果も示す。(1) は m_0 だけ t は小.)

図 3. 初期水面形の相似性

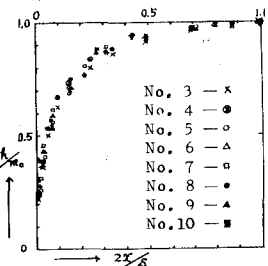
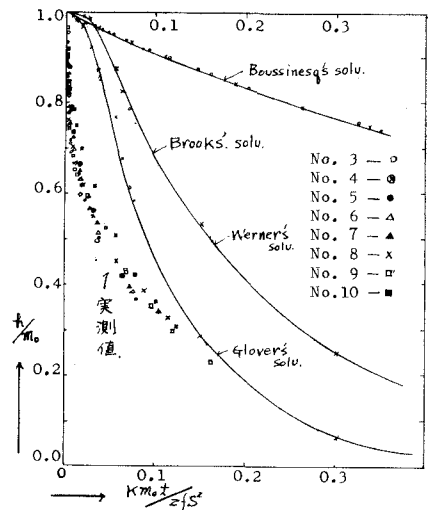


図 4. 水位変化の実測値と理論値



III. 検討 図 4 に示すごとく理論値と実測値とは一致しない。特に初期の水位降下の傾向が異なる。全体として、 $d=0$ の場合には各理論とも 2) を除き、最適条件でなく、むしろ $m_0 \ll d$ のとき暗渠においてはよい一致を見る。(K, f の値は一応妥当な範囲にあると考える.)

a). 1) の解. $V(\beta)$ の函数型では $1 \gg \beta$ であるため、線型化はよいとしても、時間的水位減少効果が小さくあるから、明渠の場合に適用するのは疑問である。

b). 2), 2'), 3) の解においては、いずれも e^{ct} 型の時間的効果であり、1) よりはやい傾向にはあるが、 t の大きい値で一致しても、非定常挙動としては実用上価値が薄

いから近似式といえない。 c) 拡散型の方程式が傾向を示すと考えても、非線型型 (weighed mean depth) に置き換えた。その水理学的意義を説明する必要がある。

d). 集水渠点の境界条件のちえが、明渠と暗渠と同一であってよいかどうか。

e). 問題が複雑になるが、土性による K, f の時間的变化を考慮する必要がある。

f). 2) の解もよい結果を示さないが、暗渠理論が明渠に適用できるという。従来の考えから離れて、水理学的にこの非定常挙動を考察し解析すべきである。