I－81　変断面桁橋構造のタワミおよび曲げモーメントについて

京都大学工教養　正員　米沢　博
〃　　　　　正員　○三上　市蔵

まえがき　直交異方性板理論を桁橋構造の解析に適用する研究は，直橋，斜橋あるいは曲線橋などについて相当多数の研究が行なわれてきた。これらの研究はいずれも等厚薄板の理論によったものである。実際の桁橋はいずれも主桁方向に断面が変化しており，特に連続桁橋やゲルバー桁橋の場合主桁の断面変化の割合は相当大きくなる。ここでは変断面桁橋構造のタワミおよび曲げモーメントの解析に直交異方性変厚薄板の曲げ理論を適用してその階差方程式を誘導し，各種変断面桁橋のタワミおよび曲げモーメントを求め，等断面板として解いた場合との相違を検討してみる。さらに小型の変断面模型の載荷実験結果について理論結果と比較してみる。

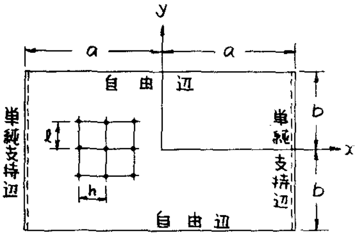
直交異方性変厚板の階差方程式　薄板の微小部分におけるつりあいの式は

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\cdot\partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

等厚薄板についての曲げおよびネジリモーメントの式

$$M_x = -D_x\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right),\quad M_y = -D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right),$$

$$M_{xy} = 2D_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$



図－1

が変厚板にも適用できるとし，式(2)を式(1)に代入するとタワミ曲面の微分方程式は次のようになる。

$$D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2} + D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2\frac{\partial D_x}{\partial x}\cdot\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 2\frac{\partial H}{\partial y}\cdot\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\cdot\partial y} + 2\frac{\partial H}{\partial x}\cdot\frac{\partial^3 w}{\partial x\cdot\partial y^2} + 2\frac{\partial D_y}{\partial y}\cdot\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}$$

$$+\left(\frac{\partial^2 D_x}{\partial x^2} + \nu_x\frac{\partial^2 D_y}{\partial y^2}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 D_y}{\partial y^2} + \nu_y\frac{\partial^2 D_x}{\partial x^2}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4\frac{\partial^2 D_{xy}}{\partial x\cdot\partial y}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y} = q \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

ただし，$2H = D_x\cdot\nu_y + D_y\cdot\nu_x + 4D_{xy}$ である。

図－1の桁橋においてx軸を主桁の方向とし，$D_y = \mathrm{const.}$ と仮定する。D_x，D_{xy} およびHはxのみの函数と考え，$\nu_x = \nu_y = 0$ とみなすと式(3)は次のようになる。

$$D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2} + D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2\frac{\partial D_x}{\partial x}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 2\frac{\partial H}{\partial x}\frac{\partial^3 w}{\partial x\cdot\partial y^2} + \frac{\partial^2 D_x}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = q \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

いま間隔h, ℓ なるNetworkを考え，式(4)を階差方程式であらわすと，方程式の左辺のタワミの係数は，図－2(a)のようになる。ただし，階差方程式の右辺は $h^2\ell^2 q/D_y$ であり，また図－2において

$$\kappa = H/\sqrt{D_xD_y}\ ,\quad r^2 = D_x/D_y\ ,\quad s = \ell/h\ ,\quad \alpha = s\ell\frac{\partial r^2}{\partial x}\ ,\quad \beta = h\frac{\partial r}{\partial x}\ ,\quad \gamma = \ell^2\frac{\partial^2 r^2}{\partial x^2}$$

である。

同様に自由辺上の点あるいは自由辺，単純支持辺に隣接する諸点についての階差方程式の係数を図－２(b)～(f)に示す。

(a) 一般内点

		$1/s^2$		
	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-4/s^2$	$2\kappa r+\kappa\beta$	
$r^2s^2-\alpha$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $+2\alpha+2\kappa\beta+\gamma$	$6r^2s^2+8\kappa r$ $+6/s^2-2\gamma$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $-2\alpha-2\kappa\beta+\gamma$	$r^2s^2+\alpha$
	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-4/s^2$	$2\kappa r+\kappa\beta$	
		$1/s^2$		

(b) 自由辺に隣接する点

自由辺	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-2/s^2$	$2\kappa r+\kappa\beta$	
$r^2s^2-\alpha$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $+2\alpha+2\kappa\beta+\gamma$	$6r^2s^2+8\kappa r$ $+5/s^2-2\gamma$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $-2\alpha-2\kappa\beta+\gamma$	$r^2s^2+\alpha$
	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-4/s^2$	$2\kappa r+\kappa\beta$	
		$1/s^2$		

(c) 自由辺上の点

$r^2s^2-\alpha$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $+2\alpha+2\kappa\beta+\gamma$	$6r^2s^2+8\kappa r$ $+2/s^2-2\gamma$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $-2\alpha-2\kappa\beta+\gamma$	$r^2s^2+\alpha$
	$4\kappa r-2\kappa\beta$	$-8\kappa r-4/s^2$	$4\kappa r+2\kappa\beta$	
		$2/s^2$		

自由辺

(d) 単純支持辺に隣接する点

		$1/s^2$		単純支持辺
	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-4/s^2$	0	
$r^2s^2-\alpha$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $+2\alpha+2\kappa\beta+\gamma$	$5r^2s^2+8\kappa r$ $+6/s^2-\alpha-2\gamma$	0	
	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-4/s^2$	0	
		$1/s^2$		単純支持辺

(e) 自由辺と単純支持辺に隣接する点

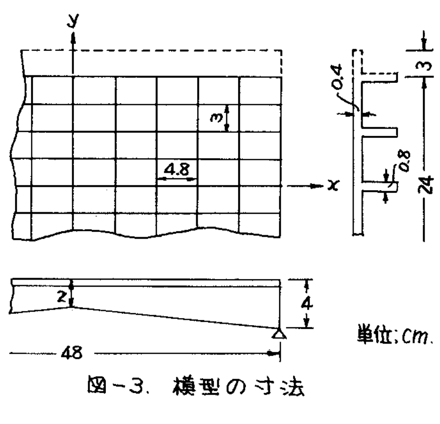
自由辺	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-2/s^2$	0	
$r^2s^2-\alpha$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $+2\alpha+2\kappa\beta+\gamma$	$5r^2s^2+8\kappa r$ $+5/s^2-\alpha-2\gamma$	0	
	$2\kappa r-\kappa\beta$	$-4\kappa r-4/s^2$	0	
		$1/s^2$		単純支持辺

(f) 自由辺上で単純支持辺に隣接する点

$r^2s^2-\alpha$	$-4r^2s^2-4\kappa r$ $+2\alpha+2\kappa\beta+\gamma$	$5r^2s^2+8\kappa r$ $+2/s^2-\alpha-2\gamma$	0	
	$4\kappa r-2\kappa\beta$	$-8\kappa r-4/s^2$	0	
		$2/s^2$		単純支持辺

図－２. 階差方程式の係数

数値計算と模型実験　図－３に模型の一例を示す。最外側の桁の位置を自由辺と考え，スパンおよび幅員をそれぞれ10および８等分した。x方向の曲げ剛性は近似的に $D_x = D_c + (D_e - D_c)(x/a)^2$ であらわされるとみなし（D_cは支間中央の，D_eは支点上の曲げ剛性），階差方程式を解いて各格点のタワミおよび曲げモーメントを求めた。数値計算には*FACOM-128-B*を使用した。模型はアクリライト板を用いて所定寸法に作製し，2, 3の荷重状態に対して，タワミおよび曲げモーメントを測定した。測定値と計算値との比較は満足な結果を与えている。測定値，計算値および等厚板あるいはハリとしての計算値との比較などの詳細は講演会にて述べる。



図－３. 模型の寸法