

I-33 トラストランガー桁の振動について

大阪大学工学部 正員 赤尾 親助

ランガー桁の垂直吊材を斜めにしトラス化すれば、その力学的性状はトラスに近づき、軸力による抵抗分が増して下弦材(補剛ガーダー)の曲げモーメントが減少する。弓弦トラスの欠点をさけるため、端部の1〜2格点についてはランガー形式を残し、中央部分をトラス化した形式(図-1)は、ランガー系の軽快さに、トラスの特性を加えるもので、

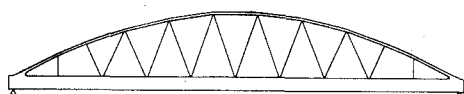


Fig. 1 a Trussed Langer System a

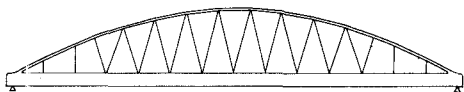


Fig. 1 b Trussed Langer System b

振動数方程式

下弦材の振動変位を $\eta(x, t) = \eta(x) \cdot \sin(\omega t + \varepsilon)$, $\eta(x) = \sum_n a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$ (1)
であらわすことにする。

振動変位 $\eta(x) = a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$ によって上弦材に生ずる軸力を $X_{m,n}$ とすれば、 $\eta(x)$ による上弦材軸力の増加は $X_m = \sum_n X_{m,n}$ (2)

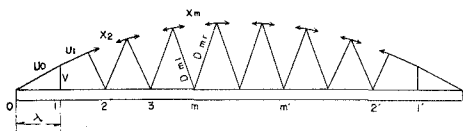


Fig. 2 a Static System a

弾性方程式より、下弦材曲げモーメントと上弦材軸力の関係式を導き、かつ

$$X_{m,n} = -a_n \cdot n^2 \frac{\pi^2 EI_g}{3\mu^2 l^2} \bar{X}_{m,n} \quad (3)$$

とあくと、図-1a の場合について(図-2参照)

$$\left. \begin{aligned} 2B_2 \bar{X}_{2,n} + C_2 \bar{X}_{3,n} &= (\alpha_2 - 4\alpha_0) \sin \frac{n\pi\lambda}{l} + (\alpha_2 - \alpha_0) \sin \frac{2n\pi\lambda}{l} + \alpha_2 \sin \frac{3n\pi\lambda}{l} \quad (m=2) \\ C_{m-1} \bar{X}_{m-1,n} + 2B_m \bar{X}_{m,n} + C_m \bar{X}_{m+1,n} &= \alpha_m \left\{ \sin \frac{n(m-1)\pi\lambda}{l} + 4 \sin \frac{n\pi\lambda}{l} + \sin \frac{n(m+1)\pi\lambda}{l} \right\} \quad (m \geq 3) \\ C_{m-1} \bar{X}_{m-1,n} + B_m \bar{X}_{m,n} &= \alpha_m \left\{ \sin \frac{n(m-1)\pi\lambda}{l} + 2 \sin \frac{n\pi\lambda}{l} \right\} \quad (m: \text{中央, 対称変位}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに B, C, α は桁の形状、寸法、部材断面積比により与えられる係数である。

つきに自由振動時の Potential Energy V_{max} および Kinetic Energy T_{max} を求め、条件

$\frac{\partial}{\partial a_n} (V_{max} - T_{max}) = 0$ を用いると、次の連立式が得られる。

$$\begin{aligned} & a_n \left\{ \omega^2 - n^2 \frac{\pi^2 EI_g g}{w l^4} \left\{ 1 + \frac{2\lambda}{9\mu^2 l} \left(\sum_m B_m \bar{X}_{m,n}^2 + \sum_m C_m \bar{X}_{m,n} \bar{X}_{m+1,n} \right) \right\} \right. \\ & \left. - \sum_{n \neq r} a_r n^2 r^2 \frac{\pi^2 EI_g g}{w l^4} \frac{2\lambda}{9\mu^2 l} \left\{ \sum_m B_m \bar{X}_{m,r} \bar{X}_{m,n} + \frac{1}{2} \sum_m C_m (\bar{X}_{m,r} \bar{X}_{m+1,n} + \bar{X}_{m+1,r} \bar{X}_{m,n}) \right\} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$n=1, 2, 3, \dots$

ここに EI_g : 下弦材の曲げ剛性(一定), g : 重力加速度, w : 単位長あたりの桁自重,

l : 支間, λ : 格間長, $\mu^2 = I_g / A_g \lambda^2$, A_g : 下弦材断面積。

式(5)の係数行列式=0とすれば、固有値 ω はその根として求まる。根 ω を $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_r$ とすれば、 n 次の振動周期は $T_n = 2\pi / \omega_n$ (s/c)。さらに ω_n を式(5)に代入すれば、 n 次の振動モード $\eta_n(x)$ をあらわす係数 $a_{n,k}$ の相互の割合が定まり、これより正規固有関数が与えられる。

計算例

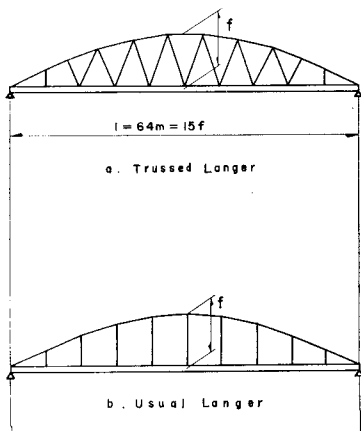


Fig. 3 Systems used for calculating examples

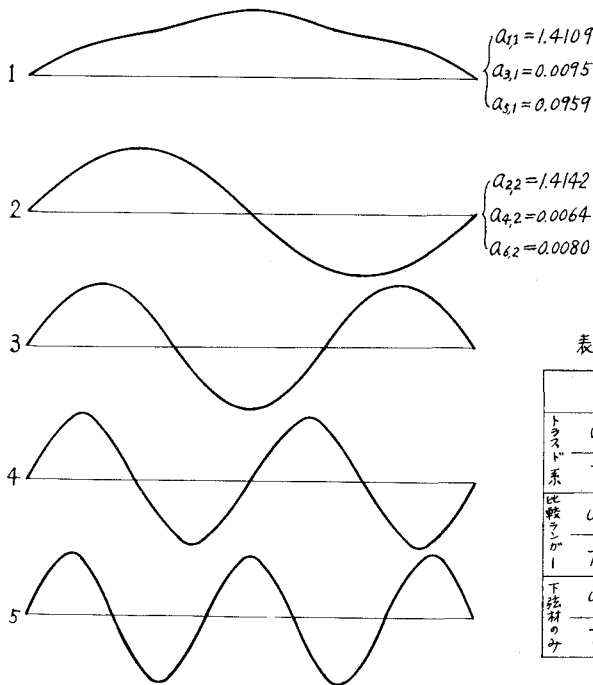


Fig 4 Mode of vibration

支間 64m, $f/l = 0.15$, $I_g = 1.8 \times 10^6 \text{ cm}^4$, $w = 2.79 \text{ t/m}$ (片側), $\mu^2 = 0.012$ (図-3 参照)とし、対称および逆対称振動の各々に対し、式(1)の a_n を3項宛として比較計算した結果、固有値は表-1のようになる。この場合一次振動周期では、トラストランガーの方が大きくなっている。著しい相違は2次振動周期(逆対称1次)であつて、通常ランガー桁では、逆対称振動に対しては、上弦材は原則的には効かないので、下弦材のみの振動周期と一致することになるが、トラストランガーでは逆対称振動の場合も上弦材は共働するからである。

ω_g は下弦材のみの場合の固有値を示し、比較ランガー桁では、逆対称振動および、5次(対称3次)振動ではほとんど $\omega_{k,L}$ と ω_g は一致する。

図-4はトラストランガーの場合の振動モードを示す。1次振動では、ランガー桁の場合とは傾向的にもかなりの相違が認められるようである。

表-1. 固有値, 周期の比較

	f_k	1	2	3	4	5	6
トラスト系	ω_k	14.92	21.45	34.94	51.87	77.42	103.24
	T_k	0.421	0.293	0.180	0.121	0.081	0.061
比較ランガー	ω_{kL}	16.10	11.11	26.03	44.46	69.55	100.03
	T_{kL}	0.390	0.565	0.241	0.141	0.090	0.063
下弦材のみ	ω_g	2.779	11.11	25.01	44.46	69.46	100.03
	T_g	2.261	0.565	0.251	0.141	0.090	0.063

ω : Rad/sec, T : sec/cycle.