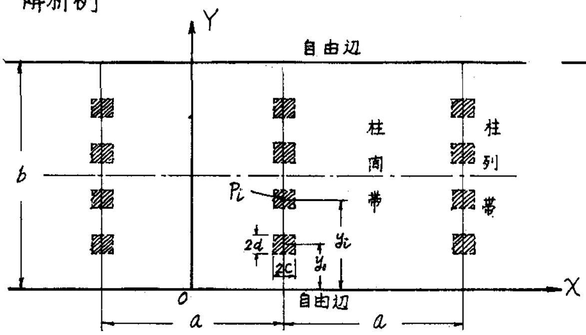
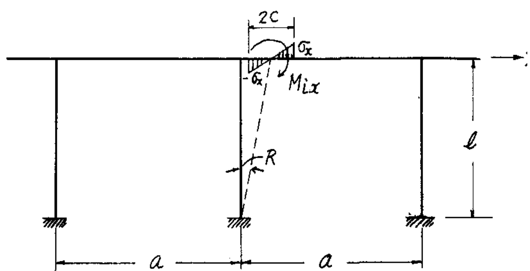
I－23 有限巾無梁板構造の曲げについて

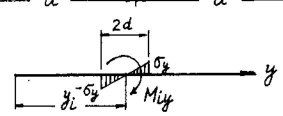
大阪工業大学 正員 岡 村 宏 一

まえがき． 柱と床板によつて構成される無梁板構造は最も簡潔な形態を持つ構造物の一種であるが，この形式が高架橋その他の構造に利用される場合一般に有限巾の形態を採るのが普通である。従来，無限領域を持つ無梁板構造については多くの研究が行われており，又有限巾のものについても単純支持境界を持つ場合，その他特殊な場合についてK.Grein等が解析を試みている。ここでは柱の外側に突出した自由辺を持つ一般的な有限巾無梁板構造が2・3の代表的荷重を受ける場合の曲げについて取扱うことにする。この種の構造では自由辺附近の曲げ或は柱と共同して挙動する柱列帯，柱間帯各部の曲げについて問題点がみられる。柱と床板が結合されない場合の不静定力は柱頭支承條件により与えられ又柱頭が結合される場合は支承條件ならびに立体構造としての節点方程式ならびに層方程式により解決される。

解析例







解式に用いる記号は次の通りである。

- a：柱列帯の间隔
- b：床板の巾
- l：柱の長さ
- $2c$：柱頭のx方向の巾
- $2d$：柱頭のy方向の巾
- D_s：床板の曲げ剛度
- D_{cx}：柱のx方向曲げ剛度(EI_x)
- D_{cy}：柱のy方向曲げ剛度(EI_y)
- P_i：i番目の柱と床板との結合点
- $W(x,y)$：床板のたわみ
- θ_{ix}, θ_{iy}：P_iにおけるx y各方向たわみ角
- R：柱の部材回転角
- g_i：i番目の柱の分布反力
- M_{ix}：P_iに作用するx方向モーメント
- M_{iy}：P_iに作用するy方向モーメント
- H_{ix}：柱iのx方向分担水平力
- H_{iy}：柱iのy方向分担水平力
- H_x：1 Panel当りのx方向水平外力
- H_y：1 Panel当りのy方向水平外力

なお，柱の配置は床板中心線$(y=b/2)$に対して対称とし，柱の基部に対しては固定條件を与えた。

1) 相対自由辺を持つ巾 b の無梁板が等分布荷重 q を受ける場合

たわみの式　この場合床板のたわみは次の様に与えられる.

$$W=\frac{2b^4}{D_s\pi^5}\Big[\frac{q\lambda^4}{\alpha}\sum_{\substack{m\\ even}}\{1-(-1)^{\frac{m}{2}}\cos m\pi\xi\}\sin m\pi\alpha+\sum_{i=0}^{i}\sum_{\substack{n\\ even}}\frac{\sin n\pi\beta}{\beta n}\Big\{q\cos n\pi\eta_0$$
$$+8\alpha\beta q_i(\cos n\pi\eta_0-\cos n\pi\eta_i)+\frac{6M_{iy}}{\lambda\beta b^3}\sin n\pi\eta_i\Big(\frac{1}{n\pi\beta}-\cot n\pi\beta\Big)\Big\}\phi_n(\xi,\eta)\Big]$$

ただし,
$$\phi_n(\xi,\eta)=\frac{1}{n^4}(\cos n\pi\eta_0-\cos n\pi\eta)+\frac{\pi^2}{2n^2}(\eta-\eta_0)(1-\eta-\eta_0)+\frac{2\lambda^4}{\alpha\pi}\sum_{\substack{m\\ even}}\frac{\sin m\pi\alpha}{(m^2+\lambda^2n^2)^2m}\Big[\cos n\pi\eta_0$$
$$-(-1)^{\frac{m}{2}}\cos m\pi\xi\cos n\pi\eta+\frac{\lambda n^2}{m^2}\Big\{f_m(\eta_0)-(-1)^{\frac{m}{2}}f_m(\eta)\cos m\pi\xi\Big\}\Big]$$

$$f_m(\eta)=\Big(\frac{m\pi}{\lambda}\eta\sinh\frac{m\pi}{\lambda}\eta-2\cosh\frac{m\pi}{\lambda}\eta\Big)A_m+\cosh\frac{m\pi}{\lambda}\eta+\Big(\sinh\frac{m\pi}{\lambda}\eta+\frac{m\pi}{\lambda}\eta\cosh\frac{m\pi}{\lambda}\eta\Big)B_m$$

$$A_m=\frac{3+\frac{m\pi}{\lambda}\mathrm{cosech}\frac{m\pi}{\lambda}}{9-\frac{m^2\pi^2}{\lambda^2}\mathrm{cosech}^2\frac{m\pi}{\lambda}},\qquad B_m=-\frac{\big(\mathrm{cosech}\frac{m\pi}{\lambda}-\coth\frac{m\pi}{\lambda}\big)\big(3+\frac{m\pi}{\lambda}\mathrm{cosech}\frac{m\pi}{\lambda}\big)}{9-\frac{m^2\pi^2}{\lambda^2}\mathrm{cosech}^2\frac{m\pi}{\lambda}}$$

$$\xi=\frac{x}{a},\ \eta=\frac{y}{b},\ \alpha=\frac{c}{a},\ \beta=\frac{d}{b},\ \lambda=\frac{a}{b},\ \eta_0=\frac{y_0}{b},\ \eta_i=\frac{y_i}{b},\ M_{iy}=\frac{4}{3}\sigma_{iy}d^2c,\ \nu=0$$

支承條件式　外側柱に対しては上式で満足されているから内側柱 P_i に対し

$$\sum_{\substack{n\\ even}}\frac{\sin n\pi\beta}{\beta n}\Big\{q\cos n\pi\eta_0+8\alpha\beta q_i(\cos n\pi\eta_0-\cos n\pi\eta_i)+\frac{6M_{iy}}{\lambda\beta b^3}\sin n\pi\eta_i\Big(\frac{1}{n\pi\beta}-\cot n\pi\beta\Big)\Big\}\phi_n(\xi=\tfrac{1}{2},\eta=\eta_i)=0$$

外側柱の反力は $\sum V=0$ より求められる

節点方程式　柱頭が床板に剛結されている場合は柱の横方向曲げに対して各柱 P_i の y 方向たわみ角 θ_{iy} から次の様な節点方程式を得る. すなわち

$$\sum_{\substack{n\\ even}}\frac{\sin n\pi\beta}{\beta n}\Big\{q\cos n\pi\eta_0+8\alpha\beta q_i(\cos n\pi\eta_0-\cos n\pi\eta_i)+\frac{6M_{iy}}{\lambda\beta b^3}\sin n\pi\eta_i\Big(\frac{1}{n\pi\beta}-\cot n\pi\beta\Big)\Big\}\frac{\partial\phi_n}{\partial\eta}(\xi=\tfrac{1}{2},\eta=\eta_i)$$
$$-\frac{\pi^5K\ell}{4b^3}M_{iy}=0\qquad ただし\ K=\frac{D_s}{EI_y}$$

2) 相対自由辺を持つ巾 b の無梁板が x 方向1格間当り H_x の水平力を受ける場合

たわみの式　この場合の床板のたわみの式は

$$W=\frac{12a\lambda}{D_s\pi^6\alpha\beta}\sum_i M_{ix}\sum_{\substack{m\\ even}}\sum_{\substack{n\\ odd}}\frac{(-1)^{\frac{m}{2}}\sin n\pi\eta_i\sin n\pi\beta}{(m^2+\lambda^2n^2)^2mn}\Big(\frac{1}{m\pi\alpha}\sin m\pi\alpha-\cos m\pi\alpha\Big)g_{mn}(\eta)\sin m\pi\xi$$

$$g_m(\eta)=\sin n\pi\eta+\frac{n}{m}\Big(\frac{n^2}{m^2}+2\Big)\Big\{\Big(\frac{m\pi}{\lambda}\eta\sinh\frac{m\pi}{\lambda}\eta-2\cosh\frac{m\pi}{\lambda}\eta\Big)B_m+\Big(\sinh\frac{m\pi}{\lambda}\eta+\frac{m\pi}{\lambda}\eta\cosh\frac{m\pi}{\lambda}\eta\Big)A_m$$
$$-\sinh\frac{m\pi}{\lambda}\eta\Big\}\qquad ただし\ M_{ix}=\frac{4}{3}\sigma_{ix}dc^2$$

節点方程式　この場合柱の縦方向曲げに対して各結合点 P_i において床板および柱の x 方向たわみ角 θ_{ix} から次の様な節点方程式を得る.

$$\frac{4\lambda}{\pi^5\alpha\beta}\Big\{\sum_{\substack{m\\ even}}\sum_{\substack{n\\ odd}}\frac{\sin n\pi\eta_i\sin n\pi\beta}{(m^2+\lambda^2n^2)^2n}\Big(\frac{1}{m\pi\alpha}\sin m\pi\alpha-\cos m\pi\alpha\Big)g_{mn}(\eta)-\frac{\alpha\beta\pi^5}{24\lambda}\Big\}M_{ix}+\psi=0$$
$$\psi=-D_sR$$

層方程式
$$\sum_i\Big(M_{ix}+\frac{2\psi}{\ell K}\Big)=\frac{2}{3}H_x\ell$$

その他の場合の解式, 計算例については講演時申し述べる。