

I-20 弾性床上的剛節構造の一解法

信州大学工学部 正員 草間孝志

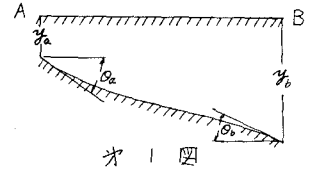
要旨 基礎組杭，地下ラーメンなどの地中構造物ならびに格子状に組まれた連続基礎などいわゆる弾性床上的の構造物の中には，本来弾性床上的の不静定構造として解くべきであると考えうるものがある。本報告はこのような構造物に対するたわみ角法による解法を得ることを目的としたものである。

1) 曲げに対する基本式

オ1 図の部材 AB に対する曲げの端モーメント式は

$$M_{ab} = R_{ab} \left[\left(\frac{\cosh^2 \nu l - \cos^2 \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \eta_a - \left(\frac{2 \sinh \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \eta_b \right. \\ \left. + \left(\frac{\cosh \nu l \sinh \nu l - \cos \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) \nu l \cdot \varphi_a + \left(\frac{\cosh \nu l \sin \nu l - \sinh \nu l \cos \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) \nu l \cdot \varphi_b \right] + C_{ab},$$

$$M_{ba} = R_{ab} \left[\left(\frac{2 \sinh \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \eta_a - \left(\frac{\cosh^2 \nu l - \cos^2 \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \eta_b \right. \\ \left. + \left(\frac{\cosh \nu l \sin \nu l - \sinh \nu l \cos \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) \nu l \cdot \varphi_a + \left(\frac{\cosh \nu l \sinh \nu l - \cos \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) \nu l \cdot \varphi_b \right] + C_{ba}.$$



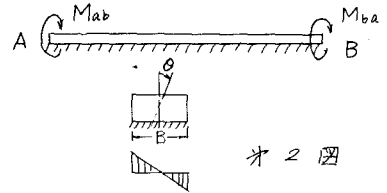
オ1 図

こ> に， $R = K/K_0$ ， $K = I/l$ ， $\eta = 2EK_0 \eta/l$ ， $\varphi = 2EK_0 \varphi$ ， $\nu = \sqrt{\mu/4EI}$ ， $\mu = \mu_0 B$ ， μ_0 = 地盤係数。

2) 捩りに対する基本式

$$M_{ab} = 2\beta R_{ab} \left(\frac{\cosh \lambda l}{\sinh \lambda l} \lambda l \cdot \varphi_a - \frac{\lambda l}{\sinh \lambda l} \varphi_b \right) + C_{ab},$$

$$M_{ba} = 2\beta R_{ab} \left(\frac{\cosh \lambda l}{\sinh \lambda l} \lambda l \cdot \varphi_b - \frac{\lambda l}{\sinh \lambda l} \varphi_a \right) + C_{ba}.$$



オ2 図

こ> に， $\beta = m/8(m+1)$ ， m = ホップソン数， $R = K/K_0$ ， $K = J/l$ ， $\lambda = \sqrt{\mu_0 B^3/12GJ}$ 。

3) 端せん力に対する基本式

$$X_{ab} = -\frac{R_{ab}}{l} \left[2 \left(\frac{\cosh \nu l \sinh \nu l + \cos \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^3 \eta_a - 2 \left(\frac{\cosh \nu l \sin \nu l + \cos \nu l \sinh \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^3 \eta_b \right. \\ \left. + \left(\frac{\cosh^2 \nu l - \cos^2 \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \cdot \varphi_a + \left(\frac{2 \sinh \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \cdot \varphi_b \right] + X_{oab},$$

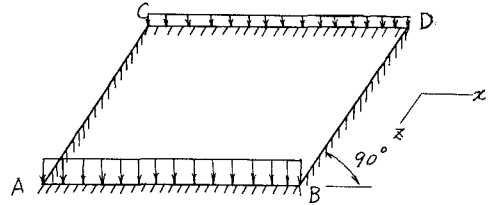
$$X_{ba} = -\frac{R_{ab}}{l} \left[2 \left(\frac{\cosh \nu l \sin \nu l + \cos \nu l \sinh \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^3 \eta_a - 2 \left(\frac{\cosh \nu l \sinh \nu l + \cos \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^3 \eta_b \right. \\ \left. + \left(\frac{2 \sinh \nu l \sin \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \cdot \varphi_a + \left(\frac{\cosh^2 \nu l - \cos^2 \nu l}{\sinh^2 \nu l - \sin^2 \nu l} \right) (\nu l)^2 \cdot \varphi_b \right] + X_{oba}$$

4) 解法

以上の基本式をもとに各節点にて $\sum M=0$, $\sum X=0$ を適用することによって解を得る。
 なお、特別な場合として $\mu_0 \rightarrow 0$ とおくと、前述の曲げ、捩り、端センカの基本式はいずれも通常の三次元たわみ角式に一致する。

5) 例解

オ3図は各部材とも巾 20cm 、高さ 30cm 、長さ 3m の格子状連続基礎が $\mu_0 = 4\text{kg/cm/cm}$ の地盤上にあり、AB部材に q 、CD部材に $q/2$ の等分布荷重をうけている場合である。
 いま $m=6$ 、 $E=2 \times 10^5 \text{kg/cm}^2$ として計算すると次の結果を得る。

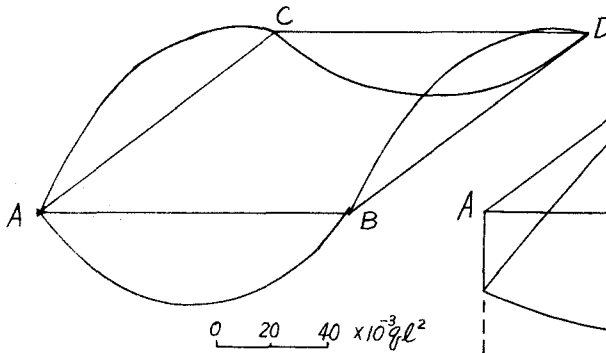


オ3図

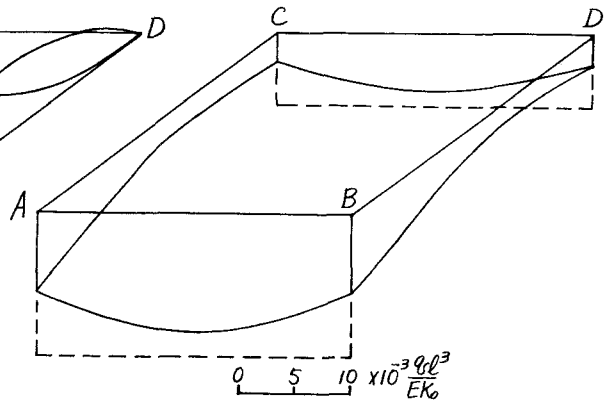
$$\eta_a = \eta_b = 14.40 \times 10^{-3} q l^2, \quad \eta_c = \eta_d = 5.33 \times 10^{-3} q l^2, \quad \eta_{xa} = \eta_{xb} = -27.04 \times 10^{-3} q l^2,$$

$$\eta_{xc} = \eta_{xd} = 7.21 \times 10^{-3} q l^2, \quad \eta_{za} = \eta_{zd} = 22.27 \times 10^{-3} q l^2, \quad \eta_{za} = -\eta_{zd} = 15.78 \times 10^{-3} q l^2.$$

この値を用いて曲げモーメント図、たわみ曲線を計算するとオ4図、オ5図を得る。



オ4図 曲げモーメント図



オ5図 たわみ曲線

オ5図の点線は AB, CD 部材をそれぞれ単一材と考えた場合のたわみ曲線である。捩りモーメントは曲げモーメントに比し小さい値となったので図示を省略した。

終始御指導をいただいた信州大学工学部吉田俊弥教授、計算に御協力いただいた伊藤友太郎氏(国鉄)、松沢孝男氏(国鉄)に謹んで謝意を表します。