I—19　ラーメン公式の特異性(変断面を含む)

極東設計事務所　正員　石川時信

要旨　ラーメン公式において，

$$M_{AB}=\frac{2EI}{l}(2\theta_{AB}+\theta_{BA}-3R)\ C_{AB}$$

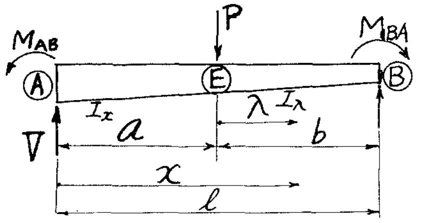
$$M_{BA}=\frac{2EI}{l}(2\theta_{BA}+\theta_{AB}-3R)+C_{BA}$$

θ_{AB}の係数とθ_{BA}の係数との和はRの係数に等しいことは既に周知の通りであるが，それは変断面ラーメンの公式においても同様で，

$$M_{AB}=\frac{EI}{A_0}\{k_1\theta_{AB}+k_2\theta_{BA}-(k_1+k_2)R\}-C_{AB}$$

$$M_{BA}=\frac{EI}{A_0}\{k_3\theta_{BA}+k_2\theta_{AB}-(k_3+k_2)R\}+C_{BA}$$

となることを述べたものである。



圖—1

本文　図—1において梁ABのモーメント2次率をI_xとし梁の部分EBのモーメント2次率をI_λとし，梁部材の弾性係数をEとすれば，梁に関する，O. Mohr の法則から，

$$\theta_{AB}-\frac{1}{E}\left[M_{AB}\int_0^l\frac{1}{I_x}dx+V\int_0^l\frac{x}{I_x}dx-P\int_0^b\frac{\lambda}{I_\lambda}d\lambda\right]=\theta_{BA}$$

$$d_A+l\theta_{AB}-\frac{1}{E}\left[M_{AB}\int_0^l\left(\int_0^x\frac{1}{I_x}dx\right)dx+V\int_0^l\left(\int_0^x\frac{x}{I_x}dx\right)dx-P\int_0^b\left(\int_0^\lambda\frac{\lambda}{I_\lambda}d\lambda\right)d\lambda\right]=d_B$$

この両式を，

$$\theta_{AB}-\frac{1}{E}\left[M_{AB}\alpha_{1AB}+V\beta_{1AB}-P\beta_{1EB}\right]=\theta_{BA}\quad\cdots\cdots(1)$$

$$d_A+l\theta_{AB}-\frac{1}{E}\left[M_{AB}\alpha_{2AB}+V\beta_{2AB}-P\beta_{2EB}\right]=d_B\quad\cdots\cdots(2)$$

ただし，d_A，d_Bはそれぞれ梁の両端における変位とし，添字1,2は定積分の回数を表はし，添字A,B，E,Bは梁の両端を表はすものとする。α，βは積分記号次の分数の分子の変数x，λの零次，1次に従ふ順を表はす序列的記号とする。

梁の右端Bにおいては，静力学的條件から，

$$M_{AB}+Vl-Pb+M_{BA}=0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

これらの式(1),(2),(3)からVを消去し，M_{AB}，M_{BA}について解けば，

$$M_{AB} = \frac{EI}{A_0}\left\{k_1\theta_{AB} + k_2\theta_{BA} - (k_1+k_2)R\right\} - C_{AB} \quad \cdots\cdots (4)$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{A_0}\left\{k_3\theta_{BA} + k_2\theta_{AB} - (k_3+k_2)R\right\} + C_{BA} \quad \cdots\cdots (5)$$

になる。ただし，

$$\begin{aligned}
A_0 &= \alpha_{2AB}\beta_{1AB} - \alpha_{1AB}\beta_{2AB} \\
k_1 &= l\beta_{1AB} - \beta_{2AB} \\
k_2 &= \beta_{2AB} \\
k_3 &= l\alpha_{2AB} - \beta_{2AB} \\
C_{AB} &= \frac{P}{A_0}\left\{\beta_{2AB}\beta_{1EB} - \beta_{1AB}\beta_{2EB}\right\} \\
C_{BA} &= \frac{P}{A_0}\left\{A_0 b + (l\alpha_{1AB} - \beta_{1AB})\beta_{2EB} - (l\alpha_{2AB} - \beta_{2AB})\beta_{1EB}\right\}
\end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots (6)$$

圖-2 のように，梁ABがその中間Cにおいて急変する場合は，

$$M_{AB} = \frac{EI}{A_0'}\left[k_1\theta_{AB} + k_2\theta_{BA} - (k_1+k_2)R\right] - C_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{A_0'}\left[k_3\theta_{BA} + k_4\theta_{AB} - (k_3+k_4)R\right] + C_{BA}$$

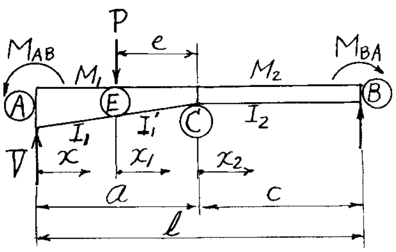


圖-2

ただし，

$$\begin{cases}
A_0' = a_2 b_1 - a_1 b_2 \\
k_1 = (b_1 l - b_2) \\
k_2 = b_2 \\
k_3 = (a_2 l - b_2) \\
k_4 = \{(a_1 l - b_1)l - (a_2 l - b_2)\}
\end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\begin{cases}
a_1 = \alpha_{1AC} + \alpha_{1CB} \\
b_1 = \beta_{1AC} + a\alpha_{1CB} \\
c_1 = \beta_{1EC} + e\alpha_{1CB} + \beta_{1CB} \\
a_2 = \alpha_{2AC} + \alpha_{2CB} + c\alpha_{1AC} \\
b_2 = \beta_{2AC} + a\alpha_{2CB} + \beta_{2CB} + c\beta_{1AC} \\
c_2 = \beta_{2EC} + e\alpha_{2CB} + \beta_{2CB} + c\beta_{1EC}
\end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\begin{cases}
C_{AB} = \frac{P}{A_0'}\,(b_2 c_1 - b_1 c_2) \\
C_{BA} = \frac{P}{A_0'}\left\{A_0'(e+c) + (a_1 l - b_1)c_2 - (a_2 l - b_2)c_1\right\}
\end{cases} \quad \cdots\cdots (9)$$

以上のように変断面梁が漸変の場合と中間点において急変する場合とでは k_1, k_2, k_3, k_4 が異り，急変する場合のものは一般形である。また梁の他端が鉸端の場合及び梁が左右対称の場合の k_1, k_2, k_3, k_4 の実用値は Richard Guldan の Die Cross-Methode を用いてよいと考えられる。ただし，その場合 k_1, k_2, k_3 及び k_4 の値は A_0' にて除したるものとする。