

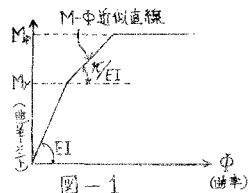
I-16 連続アーチの弾塑性解析

九州大学 工学部 正員 山崎徳也

“ “ 学生員 石川 信隆

アーチの塑性解析には従来E.T.Ondt, W. Prager, 横尾, 山崎および奥村氏の諸研究があるが、著者らは弾塑性領域を考慮したアーチのたわみ角式をエネルギー法より誘導し、たわみ角式によるアーチの弾性解析と同一手法で弾塑性解析を行うごとく企図した。本論文においては等断面円弧アーチを取扱うが次のごとき仮定を用いる。すなわち、(1)降伏にいたる条件として曲げモーメントのみを考慮し、軸力およびせん断力は無視する。(2)アーチの座圧による影響を考慮しない。(3)残留応力および歪硬化も考慮しない。

(I) たわみ角式の誘導 M-φカーブを図-1のごとく近似したエネルギー式の誘導考察は別途に報告したので、ここではその結果のみを採用する。すなわち、弾塑性領域を含むエネルギー式は、 $U = \int_{EI} \frac{M^2}{2EI} ds + K_0 \int_P \frac{(M-M_y)^2}{2EI} ds \dots (1)$ で表わされる。ここに、EI: 曲げ剛性、 $K_0 = K-1$, K: M-φ近似直線の勾配に關するfactor, ds: 微小軸長、積分記号の添字Eは弾性領域の長さを、またPは塑性領域のそれを示すものとする。



(a) 両端に塑性領域が生ずる場合 図-2に示す弾塑性部材ABを考え、両端A, Bに塑性領域AA', BB'が生ずるものとするは、エネルギー式は次のようになる。 $U = \int_{EI} \frac{M^2}{2EI} ds + K_0 \int_{AA'} \frac{(M-M_y)^2}{2EI} ds + K_0 \int_{BB'} \frac{(M-M_y)^2}{2EI} ds \dots (2)$ ことに M_{yA}, M_{yB} はA', B'点の降伏曲げモーメントを示す。また任意点の曲げモーメントは、一般に次のように表わされる。

$$M = M_{AB} \frac{x-l}{l} - M_{BA} \frac{x}{l} - Hy + M_0 \dots (3) \quad \text{ただし } M_0 \text{ は単純アーチはりの荷重による曲げモーメントとする。}$$

こで極座標への変換を行い、(2)式にComplementary Minimum Principleを適用すれば、両端の切線角 τ_A, τ_B および部材の伸縮 Δl が次のごとくえられる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{EI}{l}\right) \tau_A &= (A_1 - A_2 + A_3) M_{AB} + (A_1 - A_2) M_{BA} + h_A H - (m_A^e)' M_{yA} - (m_A^e) M_{yB} + C_1 \\ \left(\frac{EI}{l}\right) \tau_B &= (A_1 - A_2) M_{AB} + A_3 M_{BA} - h_B H + (m_B^e)' M_{yA} + (m_B^e) M_{yB} - C_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\Delta l = \frac{r}{EI} (h_A M_{BA} - h_B M_{AB}) - \frac{r^2}{EI} (h_A H - m_A^e M_{yA} - m_B^e M_{yB}) + C_3 \dots (5)$$

ここに $A_1 = \frac{\theta}{2} (1 + \sigma) + \frac{K_0}{4} \{ D_1 (1 + \frac{1}{2 \sin \theta}) - \frac{D_2}{\sin \theta} D_3 - \frac{D_4}{4 \sin \theta} \}$, $A_2 = \theta + \frac{K_0}{2} (D_1 - \frac{D_2}{\sin \theta})$, $A_3 = \theta + \frac{K_0}{2} (D_1 + \frac{D_2}{\sin \theta})$, $2 \alpha, \beta$ は塑性領域の範囲を示す角を表わす。

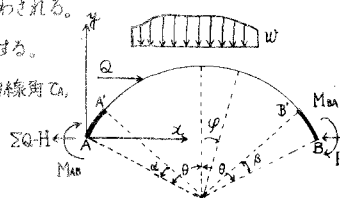


図-2 粗線は塑性領域と、細線は弾性領域を示す。

$h_A = -\theta l + \frac{K_0 r}{2} (D_1 \cos \theta + D_2 \cot \theta - D_3 - \frac{D_4}{4 \sin \theta})$, $h_B = -\theta l + \frac{K_0 r}{2} (D_1 \cos \theta - D_2 \cot \theta - D_3 + \frac{D_4}{4 \sin \theta})$, $h_A' = r \theta l + K_0 r \{ D_1 (\cos \theta + \frac{1}{2}) - 2 D_3 \cos \theta + \frac{D_4}{4} \}$, $(m_A^e)' = \frac{K_0}{2} (\alpha - \frac{\cos \theta - \cos(\theta - \alpha)}{\sin \theta})$, $(m_A^e) = \frac{K_0}{2} (\beta + \frac{\cos \theta - \cos(\theta - \beta)}{\sin \theta})$, $(m_B^e)' = \frac{K_0}{2} (\alpha + \frac{\cos \theta - \cos(\theta - \alpha)}{\sin \theta})$, $(m_B^e) = \frac{K_0}{2} (\beta - \frac{\cos \theta - \cos(\theta - \beta)}{\sin \theta})$, $m_A^e = K_0 (\alpha \cos \theta + \sin(\theta - \alpha) - \sin \theta)$, $m_B^e = K_0 (\beta \cos \theta + \sin(\theta - \beta) - \sin \theta)$, D_1, D_2, D_3, D_4 は表-1(a)で与えられ、 σ, λ, χ は円弧材の性状を示す係数と詳しくは文献(2)による。 C_1, C_2, C_3 は荷重項に關する値で次のごとく求められる。 $C_1 = \frac{EI}{l^2} G_A + K_0 \int_{\theta-\beta}^{\theta-\alpha} \frac{M_0}{2} (1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}) d\varphi + K_0 \int_{\theta-\beta}^{\theta-\alpha} \frac{M_0}{2} (1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}) d\varphi$, $C_2 = \frac{EI}{l^2} G_A + K_0 \int_{\theta-\beta}^{\theta-\alpha} \frac{M_0}{2} (1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}) d\varphi + K_0 \int_{\theta-\beta}^{\theta-\alpha} \frac{M_0}{2} (1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}) d\varphi$, $C_3 = N + \frac{K_0}{EI} \int_A^B M_0 y ds + \frac{K_0}{EI} \int_0^B M_0 y ds$ 。ただし G_A, G_B, N は弾性時に考慮した値と同値で既往の文献(2)をそのまゝ利用しう。

(4)式に $\tau_A = \theta_A/R$, $\tau_B = \theta_B/R$, $K = 1/5 = e^2/5$, $h_A = 2EK\theta_A$, $h_B = 2EK\theta_B$, $\psi = -6EK_0R$ の置換を行った後、連立に解けば、所要のたわみ角式が次のごとくえられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= h_A \phi_A + b_{AB} \phi_B + c_{AB} \psi + h_{AB} H + m_A^e M_{yA} + m_B^e M_{yB} + C_{AB} \\ M_{BA} &= h_B \phi_B + b_{BA} \phi_A + c_{BA} \psi + h_{BA} H + m_B^e M_{yA} + m_A^e M_{yB} + C_{BA} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに $A_{AB} = A_1 \theta_A$, $b_{AB} = (A_2 - A_1) \theta_B$, $c_{AB} = A_3 \theta_A$, $h_{AB} = (A_1 - A_2 + A_3) \theta_A$, $C_{AB} = \{ (2A_1 - A_2) (\theta l + \frac{K_0 r}{2} (D_1 \cos \theta - D_2 \cot \theta - D_3 - \frac{D_4}{4 \sin \theta})) - A_2 K_0 r (\alpha \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta) \} / A$, $h_{BA} = \{ (2A_2 - 2A_1 - A_3) (\theta l + \frac{K_0 r}{2} (D_1 \cos \theta - D_2 \cot \theta - D_3 - \frac{D_4}{4 \sin \theta})) - A_2 K_0 r (\alpha \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta) \} / A$, $m_A^e = \{ A_1 \alpha - \frac{A_2}{2} (\alpha + \frac{\cos \theta - \cos(\theta - \alpha)}{\sin \theta}) \} K_0 / A$, $m_B^e = \{ (A_2 - A_1) \alpha - \frac{A_3}{2} (\alpha + \frac{\cos \theta - \cos(\theta - \alpha)}{\sin \theta}) \} K_0 / A$, $m_A^e = \{ (A_2 - A_1) \beta - \frac{A_3}{2} (\beta - \frac{\cos \theta - \cos(\theta - \beta)}{\sin \theta}) \} K_0 / A$, $C_{AB} = \{ C_2 (A_2 - A_1) - C_1 A_1 \} / A$, $C_{BA} = \{ (A_1 - A_2) (C_1 + C_3) + C_1 A_2 \} / A$, $A = A_1 (A_2 + A_3) - A_2^2$ 。

(a)と同様に材の中央部および途中2ヶ所

に生ずる塑性領域を入れて誘導すれば、

$$M_{AB} = k(A_{AB}\Phi_A + b_{AB}\Phi_B + c_{AB}\Psi) + h_{AB}i + m_A^s M_{\gamma 2} + m_A^s M_{\gamma 5} + m_A^s M_{\gamma 1} + m_A^s M_{\gamma 6} + m_A^s M_{\gamma 3} + m_A^s M_{\gamma 4} + m_A^s M_{\gamma 7} + C_{AB}$$

$$M_{BA} = e(a_{BA}\Phi_0 + b_{BA}\Phi_A + c_{BA}\Psi) + h_{BA}H + m_B^x M_{\gamma x} + m_B^y M_{\gamma y} + m_B^z M_{\gamma z} + m_B^{\delta_1} M_{\gamma \delta_1} + m_B^{\delta_2} M_{\gamma \delta_2} + m_B^{\delta_3} M_{\gamma \delta_3} + C_{BA}$$

$$\Delta \mathcal{L} = \frac{r}{EI} (k_B' M_{BA} - k_A' M_{AB}) - \frac{r^2}{EI} (k_L' H - m_L' M_{y\theta} - m_L'' M_{y\delta} - m_L''' M_{y\delta_1} - m_L^{(4)} M_{y\delta_2} - m_L^{(5)} M_{y\delta_3} + m_L^{(6)} M_{y\delta_4}) + C_3$$

ここに上式中の係数中 $a_{AB}, b_{AB}, c_{AB}, a_{BA}, b_{BA}, c_{BA}$ は (6) 式, k_A', k_B', k_C' は (5) 式と同じ表現をもち、たゞ式中の $D_1, \dots, D_5$ 値の内容が異なり表-1(b)で与えられ、残りの係数 $m_A^{d_2}, \dots, m_C^{d_2}$ は 2 次式となる。

$$m_A^x = \left\{ A_1 x - \frac{A_2}{Z} \left(x - \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right) \right\} \frac{\kappa_0}{A}$$

$$m_B^2 = (A_2 - A_1) \gamma - \frac{A_3}{2} \left(\gamma - \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right)$$

$$m_L^\gamma = K_0 (\gamma \cos \theta - \sin \gamma)$$

$$m_A^\delta = \left\{ A_1 \delta - \frac{A_2}{2} \left(\delta - \frac{\cos \delta - 1}{\sin \theta} \right) \right\} \frac{\pi_0}{A}$$

$$m_B^S = \{ (A_2 - A_1) \delta - \frac{A_3}{2} \left(\delta - \frac{\cos \delta - 1}{\sin \theta} \right) \}$$

$$m_i^\delta = \kappa_o (I \cos \theta - \sin \delta)$$

$$m_A^{\gamma_1} = \left\{ A_1 \gamma_1 - \frac{A_2}{2} \left(\gamma_1 - \frac{\cos \theta_1 - \cos(\theta_1 + \gamma_1)}{\sin \theta} \right) \right\} \frac{\kappa_0}{A}$$

$$m_B^{\gamma_1} = \left\{ (A_2 - A_1) \gamma_1 - \frac{A_3}{2} \left(\gamma_1 - \frac{\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2)}{\sin \theta} \right) \right\}$$

$$m_L^{\delta_1} = K_0 \{ \gamma_1 \cos \theta + \sin \theta_1 - \sin(\theta_1 + \delta_1) \}$$

$$m_A^{\delta_1} = \left\{ A_1 \delta_1 - \frac{A_2}{2} \left(\delta_1 - \frac{\cos(\delta_1 - \theta_1) - \cos \theta_1}{\sin \theta} \right) \right\} \frac{\pi}{A}$$

$$m_B^{\delta_1} = \left\{ (A_2 - A_1) \delta_1 - \frac{A_3}{2} \left(\delta_1 - \frac{\cos(\delta_1 - \theta_1)}{\sin \theta} \right) \right\}$$

$$m_L^{\delta_1} = \kappa_0 \{ \delta_1 \cos \theta - \sin \theta_1 + \sin(\theta_1 - \delta_1) \}$$

$$m_A = \left\{ A_1 \gamma_2 - \frac{A_2}{2} \left(\gamma_2 - \frac{\cos \theta_2 - \cos (\theta_2 - \gamma_2)}{\sin \theta} \right) \right\}$$

$$m_B = \left\{ (A_2 - A_1) \gamma_2 - \frac{A_3}{2} \left(\gamma_2 - \frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\sin \theta} \right) \right\}$$

$$M_L^{\gamma_2} = K_0 \{ \gamma_2 \cos \theta - \sin \theta_2 + \sin(\theta_2 - \gamma_2) \}$$

$$m_A^{\delta_2} = \left\{ A_1 \delta_2 - \frac{A_2}{2} \left(\delta_2 - \frac{\cos(\theta_2 + \delta_2) - \cos \theta_2}{\sin \theta} \right) \right\}$$

$$m_B = \{ (A_2 - A_1) \delta_2 - \frac{A_3}{2} \left(\delta_2 - \frac{\cos(\theta_2 + \phi_2)}{\sin \theta} \right) \}$$

$$m_L^{\delta_2} = K_0 \{ \delta_2 \cos \theta + \sin \theta_2 - \sin(\theta_2 + \delta_2) \}$$

(C) 両端および途中に塑性領域が生ずる場合(図-4参照)

(a)と(b)を単に加え合わせればよく結果のみ記せば次のごとくである。

$$M_{AB} = \rho_c(a_{AB}\Phi + b_{AB}\Psi) + k_{AB}H + m_A^\alpha M_{y\alpha} + m_A^\beta M_{y\beta} + m_A^{\gamma_1} M_{y\gamma_1} + m_A^\delta M_{y\delta} + m_A^{\delta_1} M_{y\delta_1} + m_A^{\delta_2} M_{y\delta_2} + C_{AB}$$

$$M_{BA} = k_L (a_{BA} \Phi_B + b_{BA} \Phi_A + c_{BA} \psi) + k_{BA} H + m_B^a M_{y\alpha} + m_B^b M_{y\beta} + m_B^c M_{y\gamma} + m_B^d M_{y\delta} + m_B^e M_{y\epsilon} + m_B^f M_{y\zeta} + m_B^g M_{y\eta} + m_B^h M_{y\theta} + m_B^i M_{y\iota} + m_B^j M_{y\kappa} + m_B^l M_{y\lambda} + m_B^m M_{y\mu} + m_B^n M_{y\nu} + m_B^o M_{y\xi} + m_B^p M_{y\eta} + m_B^q M_{y\theta} + m_B^r M_{y\iota} + m_B^s M_{y\kappa} + m_B^t M_{y\lambda} + m_B^u M_{y\mu} + m_B^v M_{y\nu} + m_B^w M_{y\xi} + m_B^x M_{y\eta} + m_B^y M_{y\theta} + m_B^z M_{y\iota} + C_{BA}$$

$$\Delta \ell = \frac{r}{E_I} (k_B' M_{BA} - k_A' M_{AB}) - \frac{r^2}{E_I} (k_B' H - m_L^A M_{y\alpha} - m_L^B M_{y\beta} - m_L^C M_{y\gamma} - m_L^D M_{y\delta} - m_L^E M_{y\epsilon} - m_L^F M_{y\zeta} - m_L^G M_{y\eta} - m_L^H M_{y\theta} - m_L^I M_{y\iota} - m_L^J M_{y\kappa} - m_L^K M_{y\lambda} - m_L^L M_{y\mu} - m_L^M M_{y\nu} - m_L^N M_{y\xi} - m_L^O M_{y\omicron} - m_L^P M_{y\pi} - m_L^Q M_{y\rho} - m_L^R M_{y\sigma} - m_L^S M_{y\tau} - m_L^T M_{y\upsilon} - m_L^U M_{y\phi} - m_L^V M_{y\chi} - m_L^W M_{y\psi} - m_L^X M_{y\omega} - m_L^Y M_{y\delta_1} - m_L^Z M_{y\delta_2} - m_L^{\alpha} M_{y\delta_3} - m_L^{\beta} M_{y\delta_4} - m_L^{\gamma} M_{y\delta_5} - m_L^{\delta} M_{y\delta_6} - m_L^{\epsilon} M_{y\delta_7} - m_L^{\zeta} M_{y\delta_8} - m_L^{\eta} M_{y\delta_9} - m_L^{\theta} M_{y\delta_{10}} - m_L^{\iota} M_{y\delta_{11}} - m_L^{\kappa} M_{y\delta_{12}} - m_L^{\lambda} M_{y\delta_{13}} - m_L^{\mu} M_{y\delta_{14}} - m_L^{\nu} M_{y\delta_{15}} - m_L^{\xi} M_{y\delta_{16}} - m_L^{\omicron} M_{y\delta_{17}} - m_L^{\pi} M_{y\delta_{18}} - m_L^{\rho} M_{y\delta_{19}} - m_L^{\sigma} M_{y\delta_{20}} - m_L^{\tau} M_{y\delta_{21}} - m_L^{\upsilon} M_{y\delta_{22}} - m_L^{\phi} M_{y\delta_{23}} - m_L^{\chi} M_{y\delta_{24}} - m_L^{\psi} M_{y\delta_{25}} - m_L^{\omega} M_{y\delta_{26}} - m_L^{\delta_1} M_{y\delta_{27}} - m_L^{\delta_2} M_{y\delta_{28}} - m_L^{\delta_3} M_{y\delta_{29}} - m_L^{\delta_4} M_{y\delta_{30}} - m_L^{\delta_5} M_{y\delta_{31}} - m_L^{\delta_6} M_{y\delta_{32}} - m_L^{\delta_7} M_{y\delta_{33}} - m_L^{\delta_8} M_{y\delta_{34}} - m_L^{\delta_9} M_{y\delta_{35}} - m_L^{\delta_{10}} M_{y\delta_{36}} - m_L^{\delta_{11}} M_{y\delta_{37}} - m_L^{\delta_{12}} M_{y\delta_{38}} - m_L^{\delta_{13}} M_{y\delta_{39}} - m_L^{\delta_{14}} M_{y\delta_{40}} - m_L^{\delta_{15}} M_{y\delta_{41}} - m_L^{\delta_{16}} M_{y\delta_{42}} - m_L^{\delta_{17}} M_{y\delta_{43}} - m_L^{\delta_{18}} M_{y\delta_{44}} - m_L^{\delta_{19}} M_{y\delta_{45}} - m_L^{\delta_{20}} M_{y\delta_{46}} - m_L^{\delta_{21}} M_{y\delta_{47}} - m_L^{\delta_{22}} M_{y\delta_{48}} - m_L^{\delta_{23}} M_{y\delta_{49}} - m_L^{\delta_{24}} M_{y\delta_{50}} - m_L^{\delta_{25}} M_{y\delta_{51}} - m_L^{\delta_{26}} M_{y\delta_{52}} - m_L^{\delta_{27}} M_{y\delta_{53}} - m_L^{\delta_{28}} M_{y\delta_{54}} - m_L^{\delta_{29}} M_{y\delta_{55}} - m_L^{\delta_{30}} M_{y\delta_{56}} - m_L^{\delta_{31}} M_{y\delta_{57}} - m_L^{\delta_{32}} M_{y\delta_{58}} - m_L^{\delta_{33}} M_{y\delta_{59}} - m_L^{\delta_{34}} M_{y\delta_{60}} - m_L^{\delta_{35}} M_{y\delta_{61}} - m_L^{\delta_{36}} M_{y\delta_{62}} - m_L^{\delta_{37}} M_{y\delta_{63}} - m_L^{\delta_{38}} M_{y\delta_{64}} - m_L^{\delta_{39}} M_{y\delta_{65}} - m_L^{\delta_{40}} M_{y\delta_{66}} - m_L^{\delta_{41}} M_{y\delta_{67}} - m_L^{\delta_{42}} M_{y\delta_{68}} - m_L^{\delta_{43}} M_{y\delta_{69}} - m_L^{\delta_{44}} M_{y\delta_{70}} - m_L^{\delta_{45}} M_{y\delta_{71}} - m_L^{\delta_{46}} M_{y\delta_{72}} - m_L^{\delta_{47}} M_{y\delta_{73}} - m_L^{\delta_{48}} M_{y\delta_{74}} - m_L^{\delta_{49}} M_{y\delta_{75}} - m_L^{\delta_{50}} M_{y\delta_{76}} - m_L^{\delta_{51}} M_{y\delta_{77}} - m_L^{\delta_{52}} M_{y\delta_{78}} - m_L^{\delta_{53}} M_{y\delta_{79}} - m_L^{\delta_{54}} M_{y\delta_{80}} - m_L^{\delta_{55}} M_{y\delta_{81}} - m_L^{\delta_{56}} M_{y\delta_{82}} - m_L^{\delta_{57}} M_{y\delta_{83}} - m_L^{\delta_{58}} M_{y\delta_{84}} - m_L^{\delta_{59}} M_{y\delta_{85}} - m_L^{\delta_{60}} M_{y\delta_{86}} - m_L^{\delta_{61}} M_{y\delta_{87}} - m_L^{\delta_{62}} M_{y\delta_{88}} - m_L^{\delta_{63}} M_{y\delta_{89}} - m_L^{\delta_{64}} M_{y\delta_{90}} - m_L^{\delta_{65}} M_{y\delta_{91}} - m_L^{\delta_{66}} M_{y\delta_{92}} - m_L^{\delta_{67}} M_{y\delta_{93}} - m_L^{\delta_{68}} M_{y\delta_{94}} - m_L^{\delta_{69}} M_{y\delta_{95}} - m_L^{\delta_{70}} M_{y\delta_{96}} - m_L^{\delta_{71}} M_{y\delta_{97}} - m_L^{\delta_{72}} M_{y\delta_{98}} - m_L^{\delta_{73}} M_{y\delta_{99}} - m_L^{\delta_{74}} M_{y\delta_{100}} - m_L^{\delta_{75}} M_{y\delta_{101}} - m_L^{\delta_{76}} M_{y\delta_{102}} - m_L^{\delta_{77}} M_{y\delta_{103}} - m_L^{\delta_{78}} M_{y\delta_{104}} - m_L^{\delta_{79}} M_{y\delta_{105}} - m_L^{\delta_{80}} M_{y\delta_{106}} - m_L^{\delta_{81}} M_{y\delta_{107}} - m_L^{\delta_{82}} M_{y\delta_{108}} - m_L^{\delta_{83}} M_{y\delta_{109}} - m_L^{\delta_{84}} M_{y\delta_{110}} - m_L^{\delta_{85}} M_{y\delta_{111}} - m_L^{\delta_{86}} M_{y\delta_{112}} - m_L^{\delta_{87}} M_{y\delta_{113}} - m_L^{\delta_{88}} M_{y\delta_{114}} - m_L^{\delta_{89}} M_{y\delta_{115}} - m_L^{\delta_{90}} M_{y\delta_{116}} - m_L^{\delta_{91}} M_{y\delta_{117}} - m_L^{\delta_{92}} M_{y\delta_{118}} - m_L^{\delta_{93}} M_{y\delta_{119}} - m_L^{\delta_{94}} M_{y\delta_{120}} - m_L^{\delta_{95}} M_{y\delta_{121}} - m_L^{\delta_{96}} M_{y\delta_{122}} - m_L^{\delta_{97}} M_{y\delta_{123}} - m_L^{\delta_{98}} M_{y\delta_{124}} - m_L^{\delta_{99}} M_{y\delta_{125}} - m_L^{\delta_{100}} M_{y\delta_{126}} - m_L^{\delta_{101}} M_{y\delta_{127}} - m_L^{\delta_{102}} M_{y\delta_{128}} - m_L^{\delta_{103}} M_{y\delta_{129}} - m_L^{\delta_{104}} M_{y\delta_{130}} - m_L^{\delta_{105}} M_{y\delta_{131}} - m_L^{\delta_{106}} M_{y\delta_{132}} - m_L^{\delta_{107}} M_{y\delta_{133}} - m_L^{\delta_{108}} M_{y\delta_{134}} - m_L^{\delta_{109}} M_{y\delta_{135}} - m_L^{\delta_{110}} M_{y\delta_{136}} - m_L^{\delta_{111}} M_{y\delta_{137}} - m_L^{\delta_{112}} M_{y\delta_{138}} - m_L^{\delta_{113}} M_{y\delta_{139}} - m_L^{\delta_{114}} M_{y\delta_{140}} - m_L^{\delta_{115}} M_{y\delta_{141}} - m_L^{\delta_{116}} M_{y\delta_{142}} - m_L^{\delta_{117}} M_{y\delta_{143}} - m_L^{\delta_{118}} M_{y\delta_{144}} - m_L^{\delta_{119}} M_{y\delta_{145}} - m_L^{\delta_{120}} M_{y\delta_{146}} - m_L^{\delta_{121}} M_{y\delta_{147}} - m_L^{\delta_{122}} M_{y\delta_{148}} - m_L^{\delta_{123}} M_{y\delta_{149}} - m_L^{\delta_{124}} M_{y\delta_{150}} - m_L^{\delta_{125}} M_{y\delta_{151}} - m_L^{\delta_{126}} M_{y\delta_{152}} - m_L^{\delta_{127}} M_{y\delta_{153}} - m_L^{\delta_{128}} M_{y\delta_{154}} - m_L^{\delta_{129}} M_{y\delta_{155}} - m_L^{\delta_{130}} M_{y\delta_{156}} - m_L^{\delta_{131}} M_{y\delta_{157}} - m_L^{\delta_{132}} M_{y\delta_{158}} - m_L^{\delta_{133}} M_{y\delta_{159}} - m_L^{\delta_{134}} M_{y\delta_{160}} - m_L^{\delta_{135}} M_{y\delta_{161}} - m_L^{\delta_{136}} M_{y\delta_{162}} - m_L^{\delta_{137}} M_{y\delta_{163}} - m_L^{\delta_{138}} M_{y\delta_{164}} - m_L^{\delta_{139}} M_{y\delta_{165}} - m_L^{\delta_{140}} M_{y\delta_{166}} - m_L^{\delta_{141}} M_{y\delta_{167}} - m_L^{\delta_{142}} M_{y\delta_{168}} - m_L^{\delta_{143}} M_{y\delta_{169}} - m_L^{\delta_{144}} M_{y\delta_{170}} - m_L^{\delta_{145}} M_{y\delta_{171}} - m_L^{\delta_{146}} M_{y\delta_{172}} - m_L^{\delta_{147}} M_{y\delta_{173}} - m_L^{\delta_{148}} M_{y\delta_{174}} - m_L^{\delta_{149}} M_{y\delta_{175}} - m_L^{\delta_{150}} M_{y\delta_{176}} - m_L^{\delta_{151}} M_{y\delta_{177}} - m_L^{\delta_{152}} M_{y\delta_{178}} - m_L^{\delta_{153}} M_{y\delta_{179}} - m_L^{\delta_{154}} M_{y\delta_{180}} - m_L^{\delta_{155}} M_{y\delta_{181}} - m_L^{\delta_{156}} M_{y\delta_{182}} - m_L^{\delta_{157}} M_{y\delta_{183}} - m_L^{\delta_{158}} M_{y\delta_{184}} - m_L^{\delta_{159}} M_{y\delta_{185}} - m_L^{\delta_{160}} M_{y\delta_{186}} - m_L^{\delta_{161}} M_{y\delta_{187}} - m_L^{\delta_{162}} M_{y\delta_{188}} - m_L^{\delta_{163}} M_{y\delta_{189}} - m_L^{\delta_{164}} M_{y\delta_{190}} - m_L^{\delta_{165}} M_{y\delta_{191}} - m_L^{\delta_{166}} M_{y\delta_{192}} - m_L^{\delta_{167}} M_{y\delta_{193}} - m_L^{\delta_{168}} M_{y\delta_{194}} - m_L^{\delta_{169}} M_{y\delta_{195}} - m_L^$$

こゝに $Q_{AB}, Q_{BA}, Q_{AB}, Q_{BA}, Q_{BA}, Q_{AB}, Q_{BA}, Q_{AB}, m_A^A, m_B^A, m_B^B, m_A^B$ は (6) 式, $m_A^A, \dots, m_B^B$ は (7) 式, k_A^A, k_B^B, k_A^B は (5) 式で表わされ、式中の係数の内容を示せば表-1(c) の如くなる。また、荷重項に關する値も次の内容に変わる。

$$C_1 = \frac{EI}{2l} G_B + K_0 \int_{(A, \frac{1}{2})}^{(B, l)} \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}\right) d\varphi + K_0 \int_{(A, \frac{1}{2})}^{(B, l)} \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}\right) d\varphi + K_0 \int_{(A, \frac{1}{2})}^{(B, l)} \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}\right) d\varphi + K_0 \int_{(A, \frac{1}{2})}^{(B, l)} \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\sin \theta}\right) d\varphi$$

$$C_2 = \frac{E I}{l^3} G_A + K_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left[1 + \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \right] d\varphi + K_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{M_0}{2} \left(1 + \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \right) d\varphi + K_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{M_0}{8} \left(1 + \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \right) d\varphi + K_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{M_0}{6} \left(1 + \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \right) d\varphi + K_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{M_0}{2} \left(1 + \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \right) d\varphi$$

$$C_3 = N + \frac{K_0}{EI} \int_A^B M_0 y ds + \frac{K_0}{EI} \int_B^C M_0 y ds + \frac{K_0}{EI} \int_C^{C_1} M_0 y ds + \frac{K_0}{EI} \int_C^{C_2} M_0 y ds + \frac{K_0}{EI} \int_{C_1}^{C_2} M_0 y ds$$

(d) 途中に塑性ヒンジが生じた場合

図-4において部材の途中C点に塑性ヒンジが形成される場合の解析手法は、ACとCBの両材に分けて、それぞれに各塑性領域を含むたわみ角式を適用し、塑性ヒンジ側の端モーメントを M_{pc} とおけばよい。

	(a)	(b)	(c)
D ₁	$\alpha + \beta$	$\gamma + \delta + \gamma_1 + \gamma_2 + \delta_1 + \delta_2$	(a) と (b) を加えたものを
D ₂	$\cos(\theta - \alpha) - \cos(\theta - \beta)$	$\cos \delta - \cos \delta_1 + \cos(\theta_1 - \delta_1) - \cos(\theta_1 + \delta_1) + \cos(\theta_2 + \delta_2) - \cos(\theta_2 - \delta_2)$	を求めたものを
D ₃	$2 \sin \theta - \sin(\theta - \alpha) - \sin(\theta - \beta)$	$\sin \delta + \sin \delta_1 + \sin(\theta_1 + \delta_1) - \sin(\theta_1 - \delta_1) + \sin(\theta_2 + \delta_2) - \sin(\theta_2 - \delta_2)$	
D ₄	$\cos^2(\theta - \alpha) - \cos^2(\theta - \beta)$	$\cos^2 \delta - \cos^2 \delta_1 + \cos^2(\theta_1 - \delta_1) - \cos^2(\theta_1 + \delta_1) + \cos^2(\theta_2 + \delta_2) - \cos^2(\theta_2 - \delta_2)$	
D ₅	$2 \sin 2(\theta - \alpha) - \sin 2(\theta - \alpha) - \sin 2(\theta - \beta)$	$\sin 2\delta + \sin 2\delta_1 + \sin^2(\theta_1 + \delta_1) - \sin^2(\theta_1 - \delta_1) + \sin^2(\theta_2 + \delta_2) - \sin^2(\theta_2 - \delta_2)$	

表-1

圖-4

(II) 解法 連続アチの弾塑性解析を行うには、以上導いたたわみ角式の中から荷重ならびにアチ特性に応じた式を用い、また橋脚のあるときは既往の式を併用し、⁽¹⁵⁾ 節定の回転角および変位を未知数としてこれらを節定方程式、せん断力のつり合い式およびスパン方程式などを用いて解く。いわゆる在来の変形法を用うことに帰着する。さらに塑性領域範囲を示す α, β などの未知数に対しては曲げモーメントの適合条件式、例えば図-2における塑性部分の先端 β 点の作用モーメントが部材の降伏曲げモーメント M_{yk} に等しかるべき条件より $M_{yk} = \frac{M_{AB}}{2} (1 - \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}) + \frac{M_{BA}}{2} (1 + \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}) - Ht (\cos \theta - \cos \alpha) + M_0 (\alpha) \dots (9)$ が成立し、これが領域未知数 α に對処するわけで結局未知数と同数の条件式が得られることになるが、その算法は繰返し試算を必要とする。尚本研究

は文部省科学研究費の補助を受けた。〔文献〕(1)山崎 浩:「弾性解析法發展史と戦後」, 1949年文部省講演会講演要覧 (2) Iiduki Muraokami: Studies on the Slope Deflection Method, Memories of Faculty of Engineering, Kyushu Univ. Vol. 16, 1955 (3) T. YAMASAKI: Analysis of Semi-Rigid Frame with Curved Members considering the Effect of Rigid Joint-Weld, Proc. of the 12th. Japanese National Congress for Appl. Mech., March, 1968. (4) 山田:「構造物解析上必要の弾塑性解析」として応用, 建築学会論文報告集 80号 (5) 山田 石川:「弾塑性解析を徹底した日本一流法は1968年構材力学の角式」の誘導について, 土木学会西部支部 西部支部94年2次