

I-10 柱の非弾性横撓れ座屈

名古屋大学工学部 正員 福本孝士

1. まえがき 軸方向力と曲げを受ける部材の非弾性横撓れ座屈, すなわち, 部材のある部分がすでに荷重により降伏した状態で横方向に不安定となる現象, の理論的考察を行なう。図-1は一定軸力 P のもとに, 端モーメント M_0 と部材端回転角 θ との関係を示したものである。この図で M_{02MAX} は柱の横撓れにより横方向移動を拘束された場合の荷重面内の不安定現象により崩壊する最大端モーメントである。もし, 部材が横方向に自由に拘束されていない場合, $M_0-\theta$ 曲線は弾性限度を超えた M_{0CR} で横方向座屈が始まり, 柱は post-buckling の性状を示しつつ, 最大モーメント M_{01MAX} に達し崩壊する。単一部材では M_{01MAX} と M_{0CR} は通常近接しており, M_{0CR} に相当する座屈曲げモーメントを横撓れ座屈により崩壊する部材の崩壊荷重とみなしうる。

2. 基礎式

仮定 (1)材料の応力-歪曲線は理想弾塑性性である, (2)座屈時の断面形の変形は有り, (3)部材は右中工形断面(2軸対称断面)にて, 圧延による残留応力が存在する, (4)座屈時の断面の strain-reversal は有り (Tangent Modulus Concept) (5)部材は微小変形する。

基礎式 図-2に示すように両端単純支持(曲げおよびねじりに対して)された部材で, 断面の剪断中心 S の x, y 方向の変位を u, v とし, ねじり角を β とすると, 座屈時の横方向変形に対する平衡条件式は

$$B_y u'' + P u - [M_0 \{ \rho + (1-\rho) \frac{z}{L} \} - P y_0] \beta = 0 \quad (1)$$

$$C_w \beta'' - (C_T - \int \sigma^2 dA) \beta' - [M_0 \{ \rho + (1-\rho) \frac{z}{L} \} - P y_0] u' + \frac{M_0 (1-\rho)}{L} u = 0 \quad (2)$$

となる。ここに $M_0 = P \cdot e_{YT}$, $\rho = e_{Y2}/e_{YT}$

断面諸係数の決定

式(1)および(2)において, 座屈時にあける B_y , 横方向曲げ剛性, C_T , 単純ねじり剛性, C_w , 曲げねじり剛性は次のように定義する。

$$B_y = - \frac{dM_y}{d(\frac{du}{dz})} \Big|_{M_y=0}, \quad C_T = \frac{dM_T}{d(\frac{d\beta}{dz})} \Big|_{M_T=0}, \quad C_w = - \frac{dM_{\phi w}}{d(\frac{d^2\beta}{dz^2})} \Big|_{M_{\phi w}=0},$$

弾性領域ではこれらの剛性は $B_y = EI_y$, $C_T = GKT$,

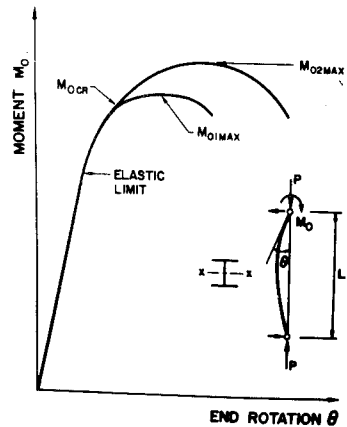


図-1

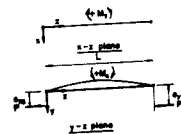
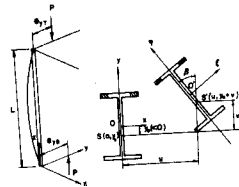


図-2

$C_w = EI_w$ となり、それぞれ定数となり、非弾性領域ではこれらの値は断面の降伏域の分布とともに変化する。また、垂直応力の荷重中心に関する換りの項 $\int \sigma^2 dA$ は、弾性領域では $\int \sigma^2 dA = P \frac{I_y}{A} + \bar{C}$ 、ここには $\bar{C}$ は残留応力に関する項、で与えられる。断面の一部が降伏してくると垂直応力分布は x 軸（水平軸）に対して対称分布でなくなり、断面の降伏域の分布の関数となり、簡単な式では表わせない。

3. 座屈強度

端モーメントと軸方向力が作用するとき

いま、軸力による二次モーメントを無視し、部材に端モーメントが一様分布する仮定すると、断面の降伏域の分布はスパンに沿って一様となり、式(1)、(2)の各係数は const. となり、式(1)、(2)の連立式は弾性座屈の場合と同様で換りで解くことができる。

$$\left[P - \frac{\pi^2 B_y}{L^2} \right] \left[\int \sigma^2 dA - C_T - \frac{\pi^2 C_w}{L^2} \right] - P^2 (e_y - y_0)^2 = 0 \quad (3)$$

B_y , $\int \sigma^2 dA$, C_T , C_w を断面の降伏域分布の関数としてあらかじめ求めておけば、式(3)から一定軸力 P における座屈長と端モーメント M_0 の関係を求めることができる。図-3に数値計算の一例として 8WF31 断面, $P = 0.2 P_y$ ($P_y = A \cdot \sigma_y$) の部材の座屈強度を示している。

軸力による二次モーメントを考慮に入れると、部材に端モーメントは一様でなくなり、したがって、降伏域の分布もスパンに沿って一様でなくなり、部材の剛性もスパンに沿って一様でなくなる。この場合、式(1)、(2)は直接には解くことができず、近似解法が必要となる。ここでは、差分方程式により数値解析を行った。スパンを 15 等分、IBM 7072 を使って、Trial-and-Error により座屈強度を求めた。図-3に式(3)により求めた曲線と差分法により求めた曲線とを示している。

一端モーメントと軸方向力が作用するとき

端モーメントの場合と同じような取り扱いで式(1)、(2)を差分方程式に直し、スパンを 15 等分して、Trial-and-Error により座屈強度を求めた。図-4に数値計算の一例として 8WF31 断面, $P = 0.2 P_y$ のときの部材の座屈強度を示している。図-4の上部の細線は横方向移動を拘束したときの部材の荷重面内不安定による最大強度である。

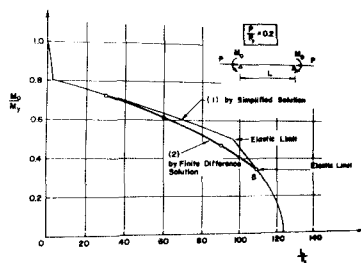


図-3

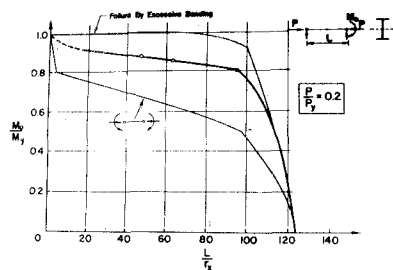


図-4

4. あとがき 軸力と曲作を受ける部材の非弾性領域における横撓み座屈の理論解を求めた。種々の応用断面での数値計算の結果、撓みに対して強い断面では横撓み座屈が生じる前に部材の荷重面内不安定により崩壊にいたることを明らかにした。

- 1) Galambos, Ketter; Trans. ASCE Vol. 126, Part 1, 1961.