I―7　格子構造およびラーメンの自動的塑性解析の一解法について

九州大学　内田一郎
三菱造船KK　井上男偉

1. はじめに

もし与えられた構造物に対して，可能なすべての機構を選び出すことが出来れば，塑性解析における上界定理によつて我々はこの構造物の崩壊荷重を簡単に見出すことが出来る。さらに最小重量設計の問題も，リニィア・プログラミングの適用によつて，自動的に解決される。このような観点から，格子構造およびラーメンにおいて，それらの基本機構に注目し，考えられるすべての機構を選び出す工夫を試みた。以下はこれについての報告であり，諸賢氏の御批判を仰ぐことが出来れば幸に思う次第である。

2. 理　論

考えられるすべての機構を基本機構から選び出すためには，基本機構を釣合方程式で表示することが有効である。次に基本機構の組合せを考えるわけであるが，その際次の事実に注目する。すなわち，例えば二つの機構AとBとを組合せて得た機構が，より改善された崩壊荷重を与える可能性のある機構となるための必要かつ十分条件は，機構AとBとに対応する釣合方程式が，互に異符号の係数の共通変数が存在する場合についてのみ考慮しその共通変数を消去するように組合せて行けばよいわけである。以下これを説明して行こう。

3. 格子構造の塑性解析例

格子構造の塑性解析を図―1に示した4本主桁，1本横の格子を例に取ることにする。荷重および部材のディメンションは同図の通りとする。又各部材の塑性モーメントはすべて M_p と仮定する。

さて可能なヒンジ点の個数をN，不静定次数をRとすれば，基本機構の個数nは，$n=N-R$，によつて与えられる。この場合には $N=6$，$R=2$，従つて4ケの基本機構が存在する。今基本機構として，図―2に示したように1ケの格子点のみが変位を生じた機構を取ることにすれば，4ケの基本機構に対応する釣合方程式は次の(A)，(B)，(C)，(D)となる。

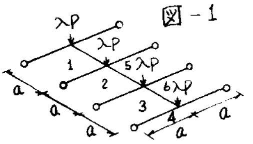


図-1

$$2M_1 - M_5 = \lambda aP \qquad \text{(A)}$$
$$2M_2 + 2M_5 - M_6 = \lambda aP \qquad \text{(B)}$$
$$2M_3 - M_5 + 2M_6 = \lambda aP \qquad \text{(C)}$$
$$2M_4 - M_6 = \lambda aP \qquad \text{(D)}$$

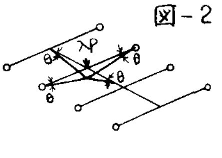
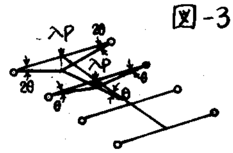


図-2

上式中曲げモーメントの符号は桁の下側に引張りを生じるものを正としている。さて1段階としては，基本機構に対する崩壊荷重を考えるわけだが，その際左辺を計算する場合には負の係数は正に変換して加える必要がある。このようにして1段階の崩壊荷重の最小値として，$P=3M_p/\lambda a$，を得る。次の2段階においては，2ケの基本式の組合せを考える。2. 理論で述べた如く，例えば(A)と(B)を組合せる場合，互に符号の異なる共通変数は M_5 であるからこれを消去すると　$4M_1 + 2M_2 - M_6 = 3\lambda aP$ (A+B)

となり，この釣合方程式は図－3に示した機構を表わしていることは明らかである。このようにして残りの(A)＋(C)，(A)＋(D)，(B)＋(C)，(B)＋(D)，(C)＋(D)，について考慮すれば，次の3式を得る。すなわち，

図-3



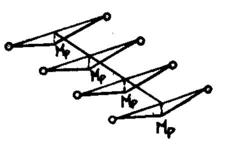
$$2M_2 + 4M_3 + 3M_6 = 3\lambda aP \qquad (B+C)_1$$

$$4M_2 + 2M_3 + 3M_5 = 3\lambda aP \qquad (B+C)_2$$

$$2M_3 + 4M_4 - M_5 = 3\lambda aP \qquad (C+D)$$

となり，前と同様にして上の4ケの機構（図示は紙面の都合上省略する）に対する崩壊荷重の最小値を求めると，$P = 2.33\,M_p/\lambda a$ を得る。更に3段階に進む場合には2段階で存在した4ケの釣合方程式のみについて，その各々に(A)，(B)，(C)，(D)を組合せればよい。これによつて次の4ケの釣合方程式を得る。すなわち，

図-4



$$8M_1 + 4M_2 + 2M_3 - M_6 = 7\lambda aP \qquad (A+B+C)$$

$$2M_2 + 4M_3 + 6M_4 = 6\lambda aP \qquad (B+C)_1 + D$$

$$6M_1 + 4M_2 + 2M_3 = 6\lambda aP \qquad (B+C)_2 + A$$

$$2M_2 + 4M_3 + 8M_4 - M_6 = 7\lambda aP \qquad (C+D+B)$$

となり，これらに対する崩壊荷重の最小値は，$P = 2M_p/\lambda a$，となる。最後に4段階に進むわけだが，3段階で得た釣合方程式の各々に(A)，(B)，(C)，(D)を組合せてみても，新しい釣合方程式は生じない。従つて我々は1段階から4段階における最小値の最小値として $P_{min} = 2M_p/\lambda a$ を得，その時の曲げモーメント分布は図－4のようになり，降伏条件が満足されているから確かに $P = 2M_p/\lambda a$，は真の崩壊荷重である。

4. ラーメンの塑性解析例

ラーメンの塑性解析例を図－5に示した2層1径間のものについて考えてみる。この場合可能なヒンジ点の個数 $N = 12$，不静定次数 $R = 6$ であるから $n = 6$ ケの基本機構が存在する。注意すべきことは節点方程式である。この場合においては節点2－3－4および8－9－11において右回転の仮想仕事式を書けばよいが，一般ラーメンの中間柱の節点における釣合方程式は左右左右回転に対する仮想仕事式を書く必要がある。紙面の都合上，釣合方程式は講演時にゆずりたい。

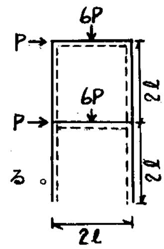


図-5

5. むすび

以上の如く基本機構から，すべての可能な機構を選び出すことを考えてみた。実際の複雑な構造物に対しては，電子計算機の助けを借りれば容易に解くことが出来る。