

Ⅳ-41 スタジア法におけるロッド・インクリネーションについて

防衛大学校土木工学教室 正員 加藤清志

1. 梗概 スタジア測量を行う場合、複雑な地形にもトラバースを組む必要がないという事実から、峡谷や水面上を平地と同様容易に距離測定が可能である。また迅速な点でスタジア測量の大きな利点でもある。路線測量、地形測量等には最適な方法ではあるが未だ理論的に不明確であるため無意識のうちに利用して、実は充分考慮しなければならないロッド・インクリネーションに関連する数点を解明し、意義及び重要性を認識出来る様にしたものである。

2. 傾斜視準線と夾長との関係 図-1において上半の長さAOと、下半OBとの関係を考察する。正弦法則及び級数展開を適用して次式を得る。

$$\frac{AO}{A'O} = \frac{\sin\{90^\circ + m\}}{\sin\{90^\circ - (a-m)\}}, \quad \frac{BO}{B'O} = \frac{\sin\{90^\circ - m\}}{\sin\{90^\circ - (a-m)\}} \therefore \frac{AO}{OB} = \frac{1 + m \tan a}{1 - m \tan a} = \phi(a) \quad \dots \textcircled{1}$$

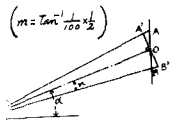


図-1

①式はαのみの関数であるから予め作表し得、下半又は上半から上半又は下半が求まる

0'	30'	0'	30'	0'	30'	0'	30'	0'	30'
0°	1.0000	10°	1.0174	20°	1.0353	30°	1.0537	40°	1.0726
1°	1.0009	11°	1.0184	21°	1.0363	31°	1.0547	41°	1.0736
2°	1.0018	12°	1.0194	22°	1.0373	32°	1.0557	42°	1.0746
3°	1.0027	13°	1.0204	23°	1.0383	33°	1.0567	43°	1.0756
4°	1.0036	14°	1.0214	24°	1.0393	34°	1.0577	44°	1.0766
5°	1.0045	15°	1.0224	25°	1.0403	35°	1.0587	45°	1.0776
6°	1.0054	16°	1.0234	26°	1.0413	36°	1.0597		
7°	1.0063	17°	1.0244	27°	1.0423	37°	1.0607		
8°	1.0072	18°	1.0254	28°	1.0433	38°	1.0617		
9°	1.0081	19°	1.0264	29°	1.0443	39°	1.0627		
10°	1.0090	20°	1.0274	30°	1.0453	40°	1.0637		

表-1において各項の上段は $\phi(a)$ 、下段は $\phi(a)^{-1}$ である。夾長を下半の2倍とした場合の水平距離及び高低差の精度については、

$$\Delta l = l - 2 \cdot OB = \frac{m \tan a \cdot 2OB}{1 - m \tan a}$$

表-1

$$E = K l \cos^2 a + C \cos a, \quad H = K l \sin a \cos a + C \sin a$$

を l について微分し $dE = K \cos^2 a \cdot dl$, $dH = K \sin a \cos a \cdot dl$

$$\text{以上から, } \frac{dE}{E} = K \cos^2 a \cdot \frac{dl}{E} = \frac{dl}{l} = \frac{m \tan a \cdot 2OB}{1 - m \tan a} \cdot \frac{2OB}{1 - m \tan a} = m \tan a = \frac{dH}{H} \quad \dots \textcircled{2} \quad \text{即ち水平距離及び高}$$

低差の精度は縦角の関数であり、②式から表-2にその大さを示す。但し加定数は0。

上半を2倍して夾長とした場合も全く同様に推論され、表-2

$$l = \frac{2 \cdot AO}{1 + m \tan a}, \quad \Delta l = - \frac{m \tan a}{1 + m \tan a} \cdot 2AO, \quad \frac{dE}{E} = \frac{dH}{H} = -m \tan a$$

(%)

α	0°	2°	4°	6°	8°	10°
0°	0	0.0174	0.0349	0.0525	0.0702	0.0881
10°	0.0881	0.062	0.046	0.033	0.024	0.019
20°	0.019	0.020	0.022	0.024	0.026	0.028
30°	0.028	0.024	0.022	0.020	0.019	0.018
40°	0.019	0.018	0.017	0.016	0.015	0.014

等となる。水平距離及び高低差の補正量は図-2で表わされ、仰角の時下半、上半の採用に応じ加算又は減算し、俯角の時下半又は上半の採用に応じ、減算又は加算する。

3. ロッドが鉛直でない場合の夾長、距離算定式並びに精度等について

図-3を参照して正弦法則及び級数展開により、

$$\frac{A'C}{\sin\{90^\circ - (a+m)\}} = \frac{AC}{\sin\{90^\circ - (a-m)\}}, \quad \frac{B'C}{\sin\{90^\circ - (a-m)\}} = \frac{BC}{\sin\{90^\circ - (a-m)\}}$$

$$\frac{A'O'}{O'B'} = \frac{1 + m \tan(a-\eta)}{1 - m \tan(a-\eta)} \quad \dots \textcircled{3} \quad \text{傾斜ロッドにおける上半と下半との関係③式は}(a-\eta)\text{のみの関数であ}$$

つて表-1をそのまま利用出来る。

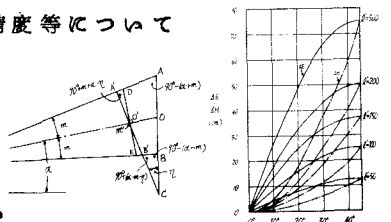


図-2

図-3

$$\frac{a' + b'}{2} = \pi c' + \frac{m l^2}{2} \tan(a-\eta) = \pi c', \quad \text{また } 2m = \mu \quad \text{として } l = \frac{\cos(a-\eta)}{\cos a} \left[l' + \mu \pi c' \{ \tan a - \tan(a-\eta) \} \right] \quad \dots \textcircled{4}$$

④式は傾斜夾長と修正夾長との関係式である。また両者の差を最大とする様な傾斜角 η を求める。 $\frac{\partial \Delta l}{\partial \eta} = 0 = \frac{1}{\cos \alpha} [l' \sin(\alpha + \eta) + \mu \overline{m} \cos(\alpha + \eta)] \therefore \tan(\eta - \alpha) = \mu \frac{\overline{m}}{l'} = \theta$... ⑤ 俯角の場合

合も考慮すると⑤式から、 $\eta_m = \alpha \pm \tan^{-1} \theta$ (+仰角, -俯角) となる。

図-4は θ に対応する補正角との関係である。さらにある縦角に対し傾斜夾長と修正夾長が一致する場合については、④式において $l = l' = l_0$ とすれば、 $\theta \tan^2 \alpha' + \tan \alpha - (\cos \eta - \cot \eta - \theta) = 0$ [但し $\mu \frac{\overline{m}}{l_0} = \theta$] ... ⑥

⑥式は仰角で前傾斜に対するものであるが、俯角で背傾斜の場合には

$$\theta \tan^2 \alpha' - \tan \alpha + (\cos \eta - \cot \eta + \theta) = 0 \quad \dots ⑦ \quad \text{⑥及び⑦式から,}$$

図-4

$$\tan \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\theta\lambda}}{2\theta} \geq 0 \quad \text{また} \quad \tan \alpha' = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\theta\lambda'}}{2\theta} \geq 0 \quad \text{但し} \begin{cases} \lambda = \cos \eta - \cot \eta - \theta \\ \lambda' = \cos \eta - \cot \eta + \theta \end{cases}$$

$$\text{前二式を0ならしめるのは, } \eta_0 = \pm \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \theta^2}} - \varphi \right) \left[\left(\text{符号同順} \right) \text{但し } \varphi = \tan^{-1} \frac{1}{\theta} \right] \quad \dots ⑧$$

④⑦⑧式から図-5, 図-6が求まる。即ち縦角と θ とに対応して修正夾長と同一の傾斜夾長を与えるためのロッド傾斜角が求まる。傾斜夾長に基づく水平距離及び高低差は、⑨⑩式で表わされる。

また無修正の夾長即ち傾斜夾長をそのまま用

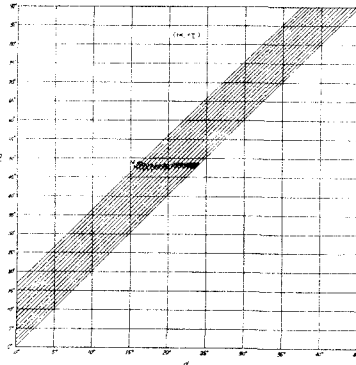


図-5

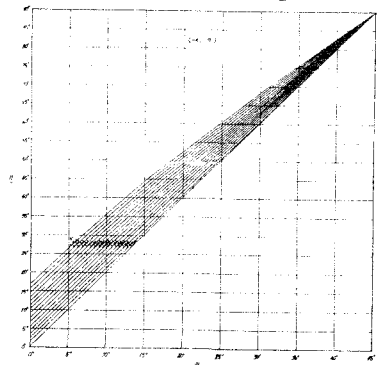


図-6

$$E = K \cos \alpha \cos(\alpha + \eta) [l' + \mu \overline{m} \{ \tan \alpha - \tan(\alpha + \eta) \}] + C \cos \alpha$$

$$H = K \sin \alpha \cos(\alpha + \eta) [l' + \mu \overline{m} \{ \tan \alpha - \tan(\alpha + \eta) \}] + C \sin \alpha$$

$$\text{仰角の場合 } \delta_E = \delta_H = \left| \frac{1 + \theta \{ \tan \alpha - \tan(\alpha + \eta) \} - \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \eta)}}{1 - \theta \{ \tan \alpha - \tan(\alpha + \eta) \}} \right|$$

... ⑨ * いた場合のそれぞれの精度は⑩式

... ⑩ で表わされる。

(+前傾斜, -背傾斜)

⑩

$$\text{俯角の場合 } \delta_E = \delta_H = \left| \frac{1 - \theta \{ \tan \alpha - \tan(\alpha + \eta) \} - \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \eta)}}{1 - \theta \{ \tan \alpha - \tan(\alpha + \eta) \}} \right|$$

(同上)

水平距離及び高低差の誤差の大きさは極めて大きいものであつて、仰角で且つロッドが前傾斜及び俯角で背傾斜の場合には図-4の η_m で第一番目の極大誤差を生ぜしめ、漸次減少して図-5, 図-6で与えられる傾斜角 η_0 においてそれぞれ真の夾長を与え、再び誤差は増大して行く。仰角で背傾斜及び俯角で前傾斜の場合には、誤差は増大するのみであるから注意を要する。あとがき 本研究の計算に助力を載いた防衛大学校土木工学教員 角井 正氏に厚く感謝の意を表するものである。

参考文献 1) 大測量学 上巻 酒島八郎

2) Elementary Surveying Vol. I

Reed and Hosmer

3) Handbuch der Vermessungskunde Bd. II

Jordan-Eggert