

Ⅲ-58 自由地下水の変動に関する一解析法について (才2報)

京都大学工学部 工博 正員 松尾新一郎
 京都大学工学部 工修 正員 ○河野伊一郎

才1報(土木学会関西支部講演会)において、境界条件としての海面あるいは湖面などの低下(ときには上昇)が持続的に一定であるとしたとき、現在定常状態を呈している地下水位が最終的にどのような状態に落ちつくかという問題をとりあげてその解析について報告した。今回はその境界条件としての湖面あるいは海面が変動して非定常状態にある地下水位について、その解析方法と結果を報告する。

〈解析法の基本的な考え方〉

運動方程式としては、Darcyの法則にしたがって、

$$q(x, t) = k(x) \cdot \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \cdot \{f(x, t) - g(x)\} \quad \text{--- (1)}$$

連続の方程式として

$$\frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = n(x) \cdot \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} - b(x, t) \quad \text{--- (2)}$$

ただし、 x : 湖岸よりの距離、 t : 時間、
 q : 単位中、単位時間当りの地下水流量
 k : 透水係数、 f : 地下水面の標高、
 g : 不透水層面の標高、 n : 有効間抜き率、
 b : 単位中、単位時間当りの補給地下水量、

式(1)、式(2)より、 q を消去すると、

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{k}{n} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \{f - g\} + \frac{k}{n} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial g}{\partial x} \right\} + \frac{d}{dx} \left(\frac{k}{n} \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \{f - g\} - b \quad \text{--- (3)}$$

式(3)において、 $(k/n) = \text{const}$ 、 $b = 0$ 、とすると、

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{k}{n} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \{f - g\} + \frac{k}{n} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{dg}{dx} \right\} \quad \text{--- (4)}$$

ごく特殊な場合として、 $g = \text{const}$ 、 $(f - g) \div H = \text{const}$ 、 $f \neq \text{const}$ 、 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \gg \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2$ などの仮定を行なうと、式(4)は $\frac{\partial f}{\partial t} = C \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ --- (5) となって、従来から行なわれている潮汐の影響による地下水変動の式になる。この式(5)は熱伝導の偏微分方程式と同型のものであって、ある境界条件のもとでは解くことができる。しかし実際問題にあてはめるとき、透水層厚さが一定、不透水層面や定常地下水面が勾配を持たないという条件が成立しない場合が多く、 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \gg \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2$ の仮定も疑問である。そこで式(4)を用いて解くことを考える。しかし複雑な境界条件のもとでは、数式として解くことは不可能であるので、ここでは差分方程式による数値解析を行なった。電子計算機を用いてあらゆる境界条件のもとで式(3)あるいは式(4)の近似解を求めることが可能である。そして計算時間も短縮され、労力も少な

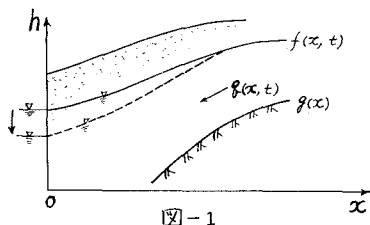


図-1

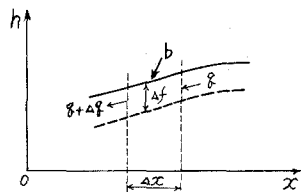


図-2

くてよく、適確な結果が得られる。

式(4)を差分方程式になおすと、式(6)のようになる。

$$f(x, t+\Delta t) = A \cdot \{ \{ f(x+\Delta x) - f(x) \} \{ f(x+\Delta x) - g(x+\Delta x) \} - \{ f(x) - f(x-\Delta x) \} \{ f(x) - g(x) \} \} + f(x, t) \quad \text{----- (6)}$$

ただし、 $A = \frac{k \cdot \Delta t}{n \cdot \Delta x^2}$, Δt :微小時間, Δx :微小区間,

式(6)によって、京都大学電子計算機 KDC-1 を用いて、びわ湖周辺地帯の平野部における変動解析を行なった。

〈解析計算例〉 解析位置：びわ湖周辺部の湖南平野。

ここで問題になるのは、透水層の厚さとしての $(f-g)$ の値である。一般に地下水の豊富な沖積層では地質構造が複雑であり、したがって $(f-g)$ の値を正確に測定することは不可能なものである。そこで準深という考え方を行なう。単位中当りの縦断面において、Darcy の法則： $q = k \cdot i \cdot h$ が成立するものとし、 $(q/k) = \text{const.}$ という仮定をする。地下水位勾配 i を実測して、その値を用いて計算した h を準深と呼ぶ。すなわち、 $(f-g) = h$ とおく¹⁾。こうして計算した $f(x, 0)$ 、 $g(x)$ の値を表-1 に示す。

表-1

$x(\text{Km})$	$f(x, t)$	$g(x)$	$x(\text{Km})$	$f(x, t)$	$g(x)$	$x(\text{Km})$	$f(x, t)$	$g(x)$
0	84.50	54.75	3.0	85.55	79.80	6.0	89.30	86.35
0.5	84.60	57.40	3.5	85.90	80.90	6.5	90.00	87.20
1.0	84.70	63.10	4.0	86.50	82.00	7.0	90.70	87.95
1.5	84.80	68.80	4.5	87.20	83.00	7.5	91.50	88.90
2.0	84.90	74.80	5.0	87.90	84.20	8.0	92.30	88.70
2.5	85.25	77.70	5.5	88.60	85.30			

また、 $k = 8.64 \text{ m/day}$, $n = 0.4$, と仮定し、境界条件としてのびわ湖湖水面の変動は周期が1年、振幅が3.0m の cosine-curve を描くものとする。

$$f(0, t) = 83.0 + 1.5 \cos(2\pi t/365) \quad t: \text{day}$$

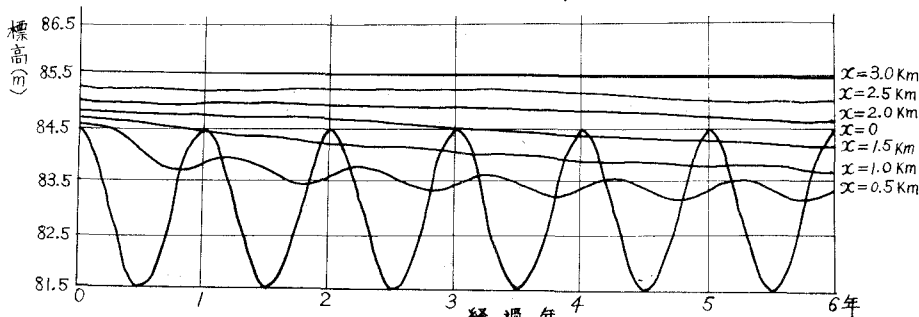


図-3

さらに経過年が大きくなると、地下水位変動の中心線は、第1報で述べた定常状態の低下地下水位に無限に近づくことがわかる。

文献1) 松尾, 河野, 地下水位変動解析について, 関西支部学術講演概要(昭37) P73, 74