

## II - 86 変換法による混合拡散問題の解析とその応用

京都大学工学部 正員 工博 岩井童久  
京都大学工学部 正員 Ph.D. 井上頼輝

水工学、衛生工学の分野では、水の拡散混合と同時に、いくつかの他の現象、たとえば沈殿、自己減衰、物理吸着、機械的阻止作用などの起る場合を取り扱う場合が多い。たとえば、河川の浮遊物輸送や、沈殿池による浮遊物除去は、河川あるいは沈殿池内の水の流れと、浮遊物の沈降現象との組み合わせであり、河川の自淨作用は河川水の流れと、有機物質酸化の二現象の組み合わせと見ることができる。地下水中のイオニの移動、たとえば塩水の地下水侵入などには、地下水の流れと、土のイオニ交換能が大きく関与するし、砂礫層による浮遊物の除去については、砂層中の水の流れと、砂粒による浮遊物の阻止能とを研究しなければならない。これらに対し、諸現象を一体として解析するという方法がとられるが、実際には、ある仮定を置いてこうした複雑な自然現象を簡略化し、單純な場合のみについて解析を進めることが多いために、その解析結果により現象を定性的に説明できても、定量的には説明しにくいことになりやすい。そこで現象を水の拡散混合の問題と、他の現象との二つに別けて考え、まず水の拡散のみに関する解を求めた上で、それより複雑な場合の解を誘導するのが、実用的にはすぐれているのではなかろうかと考える。

水の拡散混合と、他の現象とのすべてを含む一般式を求めるることは困難であるが、いま沈殿、自己減衰、吸着の三作用を伴なう場合を例に取り上げれば、次式をうる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{grad}(D \text{grad } C) + \text{grad}(vC) - \lambda C - \frac{\partial q}{\partial t} - w_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad (1)$$

ここに、 $C$  は物質（たとえば河川中汚染物質、生存イオン、浮遊物等）の水中濃度、 $D$  は拡散係数、 $v$  は流速、 $\lambda$  は減衰係数、 $w_0$  は沈降速度、 $t$  は時間、 $z$  は鉛直軸である。右辺第 1 項は物質の水の拡散による輸送、第 2 項は流れによる輸送、第 3 項は自己減衰、第 4 項は吸着、第 5 項は沈降の現象を示す。もし適当な变换により、式 3、式 4、式 5 を消去し、式(1)を

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{grad}(D \text{grad } C) + \text{grad}(vC) \quad (2)$$

の形、すなわち水の流れを示す Navier-Stokes の式に変形をすれば、式(1)の解は式(2)の解から次のようにして求まる。すなわち式(1)の境界条件、初期条件に変換をほどこしたものとし、それを式(2)の境界条件、初期条件とし、これとの条件下での式(2)の解を解析的、もしくは実験的に求め、再び逆の変換を行なえば、式(1)の解をうる。ここで、この適用例

を2, 3示せば、次のようになる。

### [例-1] 河川の自浄作用

河川中に流入した有機性汚染物質は、流下とともに生物化学的に酸化され、減少していく。この場合の基礎式は

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{grad}(D \text{grad } C) + \text{grad}(vC) - \lambda C \quad (3)$$

と表かれる。ここで、

$$C = C_0 e^{-\lambda t} \quad (4)$$

とおけば式(3)は、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{grad}(D \text{grad } C) + \text{grad}(vC) \quad (3)'$$

のごとく Navier-Stokes 型に書き直せる。したがって、河川水の混合拡散状況を、単純本水路につけては数理的に、また複雑な一般河川につけてはトレーサー実験によつて求め、一方河川汚染物質より自浄係数入を実験的に求めれば<sup>1)</sup>、トレーサー濃度に  $e^{-\lambda t}$  を乗ずることによつて、汚染物の濃度を推定することができる。

### [例-2] 土壌のイオニ吸着作用

この場合の基礎式は式(5)となる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{grad}(D \text{grad } C) + \text{grad}(vC) - \frac{f}{\tau} C \quad (5)$$

地下水のごとく、流速のおそい水と接触する土壌は、地下水中に含まれるイオニと交換平衡に達し

$$f = KC \quad (6)$$

なる関係が成立する。ここに  $K$  は、土の密度、空隙率、およびイオニに対する換移係数を定まる常数である。<sup>2)</sup> 時間に對し

$$t' = (1+K)t \quad (7)$$

なる変換をほどこせば、式(5)は式(2)のように水の動きを示す形に変形される。式(5)の初期条件に式(7)の変換をほどいたものを初期条件とし、水の動きをトレーサーを求め、之されたトレーサー濃度に式(7)の時間変換を用ひほどこせば、式(5)の解を得る。

左す、本研究では、水のトレーサーが重要な役割りをもつ。このトレーサーとしては、水と同じ性質をもつ三塗水素水を用いて、放射能測定を行なうことが、密度流との他の影響をさける意味で最も適当ではあるが、リチウム、色素、その他のトレーサーを用ひても、十分の成績がえられるものと考える。

以上の諸方法につき、実験を行ない、すでに一部の結果をあげてあるので、今後検討を希望して行きたいと思つてゐる。

### 参考文献

1) 南部洋一、河川水中の自浄作用と汚染度分布に関する研究、1-43頁、京都大学学術論文(工博28号)昭35年12月

2) Y. INOUE and W.J. KAUFMAN "Prediction of Movement of Radionuclides in Solution through Porous Media," Health Physics 投稿中