Ⅱ－７１　浮遊土砂を含む水流の平均流速係数について。

関西電力株式会社　建設部土木課　神月隆一

1］要旨。　関西電力にあっては，発電計画の目的のために，常に河川流量を測定しているが，流量が著しく多くなり，浮遊土砂が流水に混じて来た時は，直接流量を測る方法がなく，低水時の水位－流量曲線を延長するか，あるいわ，適当に粗度係数を仮定しているのが現状である。一方，Vanoni や Ismail などの実験によれば，流水に浮遊土砂が混じた時は，カルマン常数が減少することによって，むしろ粗度係数が減ずることがたしかめられており，二，三の人もカルマン常数の減少については理論的に楽いている。以下に，河心方向にも濃度拡散があるものとして研究し，流水中に土砂が含まれた時とそうでないときの平均流速係数をもとめた。

2］基礎方程式。　uを河心方向にとった流水の流速でありx方向とし，wを河床から上向きにとった方向の流速でありz方向とし，河心に直角の方向には，全く変動のないものとして二次元的に問題を取扱かうことにすると，外力の影響をないものとして，運動方程式は濃度の変動を考慮して，

$$\frac{\partial \rho_T u}{\partial t}+u\frac{\partial \rho_T u}{\partial x}+w\frac{\partial \rho_T u}{\partial z}=\frac{\partial P_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial P_{xz}}{\partial x},\quad \frac{\partial \rho_T w}{\partial t}+u\frac{\partial \rho_T w}{\partial x}+w\frac{\partial \rho_T w}{\partial z}=\frac{\partial P_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial P_{zz}}{\partial z}\ \text{-----}\ (1)$$

となる。ここで，ρ_Tは土砂を含んだ時の水流の比重であって，mを単位水流中に含まれる土砂容量とすれば，　$\rho_T=m(\rho_s-\rho_w)+\rho_w$ ---- (2)　で表わされるものである。

連続方程式の方は，土砂の沈降速度を　w_0　として，次式の様になる。

$$\frac{\partial \rho_T}{\partial t}+\frac{\partial \rho_T u}{\partial x}+\frac{\partial \rho_T w}{\partial z}=w_0\frac{\partial(\rho_T-\rho_w)}{\partial z}\ \text{--------}\ (3)$$

3］レイノルズ応力。　運動方程式　(1)の才一式を変形すれば，下式，

$$\frac{\partial \rho_T u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}(P_{xx}-\rho_T u^2)+\frac{\partial}{\partial z}\left\{P_{xz}-\rho_T u w+\int\left(\rho_T u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho_T u\frac{\partial w}{\partial z}\right)\cdot dz\right\}\ \text{-------}\ (4)$$

であって，ここでは，濃度拡散の影響はすべて内部剪断力に置きかわるものとして考えることとした。通常の乱流理論における様に，$u=\bar{u}+u'$　$w=w'$　$\rho_T=\bar{\rho}_T+\rho_T'$　とし，$\bar{u}$，$\bar{\rho}_T$は共にx方向に変動かないものとして，従って，$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}=\frac{\partial \bar{\rho}_T}{\partial x}=0$　であるとし，かつ高次の項を無視し，連続方程式(3)も考え合せて，結局レイノルズ応力は，

$$\tau=-\bar{\rho}_T\overline{u'w'}-\bar{u}\,w_0\bar{\rho}_T+\bar{u}\int\frac{\partial}{\partial x}\overline{\rho_T'u'}\cdot dz+\int\left\{\bar{u}\left(\overline{\rho_T'\frac{\partial u'}{\partial x}}+\overline{\rho_T'\frac{\partial w'}{\partial z}}\right)+\bar{\rho}_T\left(\overline{u'\frac{\partial u'}{\partial x}}+\overline{u'\frac{\partial w'}{\partial z}}\right)\right\}\cdot dz\ \text{-----}\ (5)$$

となる。上式をもとめるに当って，$\frac{\partial u'}{\partial x}=\alpha\frac{\partial w'}{\partial z}$（浮遊砂のないときは，連続の条件から，$\alpha=-1$），$w'=-K_2u'$（浮遊砂のない時は，カルマン常数を適当にとることによって $K_2=1$ と考えられる。）であるとし，ρ_T'については，$\frac{\rho_T'}{\rho_{Tm}}=K_0\left(1-\frac{\rho_w}{\rho_{Tm}}\right)^m\cdot I^s\cdot\left(\frac{u'}{u_m}\right)^n$ が成り立つものとする。ここで　ρ_{Tm}，u_mは全水深に関する濃度，および速度の平均値であって，Iは水面勾配，m,S,n,K_0は共に常数である。この様な仮定は，濃度変動は，平均濃度と，水面勾配と，速度変動に関係すると考えたものであって，いま，$K_1=K_0\left(1-\frac{\rho_w}{\rho_{Tm}}\right)^m\cdot\frac{\rho_{Tm}}{(u_m)^n}\cdot I_s$　とすると，$\rho_T'=K_1(u')^n$　という様に仮定したことになる。上の表現を用い，かつ流れは近似的には浮遊砂が少ない時の関係，$\tau=-\bar{\rho}_T\overline{u'w'}$　に近いとし，また，水深をhとした時に　$\tau=\tau_0\left(1-\frac{z}{h}\right)$，$\tau_0/\rho_T=u_*^2$，さらに，流れの滑動粘性係数を$\eta$で表わして，$\eta\cdot\rho_T$　は水深に関して近似的に一定と見，これを用いて，才一次

近似として，流速を，$\bar{u} = \bar{U} - \frac{gI}{2\varepsilon}\left(1-\frac{z}{h}\right)^2$（但し水面における流速を $\bar{U}$）とすると，これらの関係を (5)式に適用して，

$$\tau = -\bar{\rho}_T\overline{u'w'} - \bar{u}\left[w_0\bar{\rho}_T - K_1\cdot\alpha\cdot u_*^{n+1}\cdot K_2^{\frac{1}{2}-\frac{n}{2}}\right] + (1+\alpha)\cdot\left\{\frac{\rho_{Tm}}{2}u_*^2 + K_1\cdot K_2^{\frac{1}{2}-\frac{n}{2}}\cdot u_*^{n+1}\left\{\frac{\bar{U}}{n+1} - \frac{gI}{2\varepsilon}\cdot\frac{1}{n+5}\right\}\right\} \cdots (6)$$

となる。(6)式において純水の時を考えると，$\alpha = -1$，$K_2 = 1$，$K_1 = 0$，$\rho_T = \rho_w$ であるから，$\tau = -\rho_w\cdot\overline{u'w'}$ となり，通常の乱流理論の値と一致する。

4] Chézyの平均流速係数。 (6)式において近似的表現をうるために，$\alpha \doteqdot -1$，$K_2 = 1$ とおくと，$\tau = -\frac{\bar{\rho}_T}{\rho_w}\rho_w\cdot\overline{u'w'} - \bar{u}\bar{\rho}_T\cdot\lambda$ 但し $\lambda = \{w_0(\bar{\rho}_T-\rho_w) + K_1u_*^{n+1}\}/\rho_T$ となるが，浮遊土砂の混入が少ないため，$u'w'$ は共に純水の時の値に殆ど等しいと考えて，$\tau_w = -\rho_w\overline{u'w'} = \rho_w l^2\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2 = \rho_w\cdot\kappa^2z^2\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2$，$\tau/\rho_T = u_*^2$ とおいて上式を積分し，$\lambda = 0$ とすれば，丁度浮遊砂のない時に相当し，Nikuradse の実験による値と一致しなければならないから，これらのことを勘案のうえ $u = \sqrt{g}\left[\frac{1}{\kappa}\log\frac{z}{\varepsilon} + 8.5 + \frac{\lambda}{4u_*^3}\bar{u}^2\right]\sqrt{hI}$ となる。この式の右左辺を水深に関して平均をとり，$\int_0^h u\cdot dz = u_m$ とし，純水の時の流速係数を $C_0 = \sqrt{g}\cdot\left[\frac{1}{\kappa}\log\frac{h}{\varepsilon} - \frac{1}{\kappa} + 8.5\right]$ で表現することゝすると 上式は，

$$u_m \doteqdot C_0\left\{1 + \frac{\sqrt{g}\cdot\lambda}{C_0u_*^3}\cdot u_m^2\cdot 0.33\right\}\cdot\sqrt{hI} \quad (7)$$

となる。一方水流に浮遊土砂を含む時には，これを定常的に土砂を輸送するだけの仕事量を考慮しなければならず，このため水面勾配は，Δ だけの増加が要求される。従ってこのことを勘案の上，結局，流水中に浮遊砂を有する時の Chézyの平均流速係数を C_s とすると，

$$C_s = C_0\left(1-\frac{\Delta}{2I}\right)\left\{1 + \frac{\sqrt{g}\cdot\lambda}{C_0}\left(\frac{u_m}{u_*}\right)^2\cdot 0.33\cdot\frac{1}{u_*}\right\} \quad \lambda = \{w_0(\bar{\rho}_T-\rho_w) + K_1u_*^{n+1}\}/\bar{\rho}_T,\ K_1 = K_0\left(1-\frac{\rho_w}{\rho_{Tm}}\right)^m\cdot\frac{\rho_{Tm}}{(u_m)^n}\cdot I^s \quad \cdots\cdots (8)$$

となる。

5] 実験との比較。 Vanoni の矩形断面水路，巾 33in，長さ 60ft 0.1mmの浮遊土砂で行った実験と，Ismail の同様な実験（0.1～0.16mm の浮遊土砂）によれば，Ismail の行った著しく砂漣の発生をみた実験を除いては，いづれも濃度の増加につれて摩擦係数が減少して行く傾向にあるようである。(8)式において，$m = 0.5$，$n = 3$，$s = -0.5$，$K_0 = 100$ とおけば，よく実測値と計算値とは傾向が一致している様に見受けられる。

6] むすび。以上に水流中に浮遊土砂を有する時の Chézyの平均流速係数が若干純水の時と異なることを述べ，その結果を Vanoni と Ismail の実験と比較して，その傾向をたしかめることが出来た。これはしかしただ数種の実験についてたしかめただけであるし，また砂漣などの影響を無視し，底層における粗度が一定であるとした点や，また横方向には全く変動がないとした事など，多くの議論の余地は多い。したがって，なほ今後多くの実験がなされて確認して行かなければならないと思われる。