

I-86 横荷重とねじれを受ける吊橋

正員 東京大学 島田 静雄

1. 基本式と計算上の仮定

垂直方向の荷重のほか、横荷重、トルクの外力を受ける吊橋の応力と変形とを求めるために、電子計算機に適用してみたそのプログラムと計算の考え方を説明する。基本となる微分方程式は、タワミ v 、横変位 u 、ねじれ φ の3つの連立である。

$$EJ_z \frac{d^4 v}{dz^4} - (2H_w + H_1 + H_2) \frac{d^2 v}{dz^2} - (H_1 + H_2) \frac{d^2 Y_c}{dz^2} = P_v(z) \quad (1-1)$$

$$P_v(z) = p_v(z) + (EJ_z - EJ_l) \frac{d^2}{dz^2} \left[\varphi \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} \right] + \frac{b}{2} (H_2 - H_1) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} \quad (1-2)$$

$$EJ_l \frac{d^4 u}{dz^4} = P_H(z) \quad (2-1)$$

$$P_H(z) = p_H(z) + (EJ_z - EJ_l) \frac{d^2}{dz^2} \left[\varphi \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} \right] + (2H_w + H_1 + H_2) \cdot \left(\frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{d^2 Y_c}{dz^2} \right) \frac{u}{h} + \frac{b}{2} (H_2 - H_1) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} \cdot \frac{u}{h} \quad (2-2)$$

$$EC_\theta \frac{d^4 \varphi}{dz^4} - \left[GK + \frac{b^2}{4} (2H_w + H_1 + H_2) \right] \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = T(z) \quad (3-1)$$

$$T(z) = t_p(z) + \frac{b}{2} (H_2 - H_1) \cdot \left(\frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{d^2 Y_c}{dz^2} \right) - M_x \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} + M_y \cdot \left(\frac{d^2 Y_c}{dz^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} \right) \quad (3-2)$$

これらの3つの式のほか、曲げモーメントの条件式、ケーブルの変形と伸びからケーブルの水平張力を定める弾性式、支臺における境界条件等がある。3つの式の特徴を簡潔書にすると次のようになる。

- 各式の左辺はそれぞれ u , v , φ に対して独立に定め、右辺の荷重項に他の変数を入れるように整理した。
- 水平変位に対して、ケーブル吊材による複元力は吊橋に対して $(-u/h)$ の成分を持つと仮定した。 h はケーブルの塔頂から補剛ケタまでの高さである。
- トルクに対して、垂直・水平の曲げモーメントによるキツプングの項を加えてある。この中で、補剛ケタの縦断勾配の影響を考へることにした。
- 計算に当って、差し当り両端単純支持の吊橋を対象とした。したがって、荷重と与えて曲げモーメントや変形を求めるのにグリーン函数の形で与えることにした。
- (3-1) は理論に忠実に解くと e^{cl} の表現ができるが、 cl が10以上になると計算機の方の有効ケタ数の上から演算不能とあるので、プログラム上は2通りの方法を選択するようにした。

2. プログラムとフローチャート

基本式をいさまり与えても電算のプログラムは不可能であるので、著者の手で演算式の整理とフローチャートを作成し、上野、有隣電気機器計算センター、大森義和氏にプログラムを依頼した。演算の主要な方法は、荷重項 $P_v(z)$, $P_h(z)$, $C(z)$ を独立に与えて基本式を解き、その解で得られる u, v, φ の値を使って荷重項を補正して行く *Try-and-error* によった。演算の収束の早くなるように2.3プログラムの一部を変更しただけで試算は成功したので、後は種々のデータを入れて結果を比較する作業に移った。

多くの方に利用して頂く意味から、入力データと出力データを示すところによる。

単純支持吊橋 入力データ			出力データ	
EJ_z	$t \cdot m^2$	補剛ケタ全体の曲げ剛性	cl	吊橋剛度の無次元のパラメータ
EJ_y	$t \cdot m^2$	補剛ケタ横方向曲げ剛性		
L	m	補剛ケタの長	c, l	ねじれに対する吊橋剛度のパラメータ
EC	$t \cdot m^4$	補剛ケタ曲げねじれ剛性		
GK	$t \cdot m^2$	ねじれ剛性		
b	m	左右ケーブル間隔	H_1	t 左側ケーブルの水平反力
h	m	塔頂から補剛桁までの高さ	H_2	t 右側ケーブルの水平反力
i	m	補剛ケタの勾配による中央高	$v(z)$	m 下向き
H_w	t	片側ケーブル死荷重反力	$u(z)$	m 横変位
EA/L_s	t/m	片側ケーブル単位伸びによる H_0 増分	$\frac{d^2 \varphi}{dz^2}$	m^{-1}
N		橋長分割数	φ	ねじれ
e		誤差、又は計算精度	Mc_v	$t \cdot m$ EJ_z 廻りの曲げモーメント
Δl_1		左側ケーブルの塔間隔移動量—温度上昇によるケーブル伸	Mc_H	$t \cdot m$ EJ_y 廻りの曲げモーメント
Δl_2		右側ケーブルの塔間隔移動量—温度上昇によるケーブル伸	M_x	$t \cdot m$ 垂直曲げモーメント
$P_v(z)$	t/m	橋長に作用する垂直外力	M_y	$t \cdot m$ 水平曲げモーメント
$P_h(z)$	t/m	橋長に作用する水平外力		
$T_p(z)$	$t \cdot m/m$	橋長に作用するトルク		

備考

- 1) 橋長分割数 N は任意、実用数値からは $N \geq 20$ 程度。
- 2) 集中荷重はある橋長の i 点で $P \cdot N/L$ と i と与える。
- 3) e は有効桁数が m ケタであれば 10^{-2m} と与える。

演算結果の例については講演会で発表する予定である。