

1-76 移動荷重をうけるランガー桁橋の動的研究 (その3)

——静的・動的レスポンス——

熊本大学 正員 ○平井一男

熊本大学 正員 吉村虎蔵

日本道路公園 正員 市川紀一

京都大学 正員 平島健一

(その1), (その2) において, ランガー桁橋の固有振動数 ω_m , 振動モード $\Phi_m(x)$ を求める2つの異った方法と, これらの方法によって数値計算を行うと, 同一の値が得られる事を述べた。(その3)においては, このようにして求めた固有振動数 ω_m , 振動モード $\Phi_m(x)$ を使用して, 2,3の動的荷重がランガー桁橋に作用する時の動的レスポンスを求める方法についてのべ, また静荷重を動的荷重の特別な場合として取り扱うと, 通常ランガー桁橋の設計に用いる仮想仕事法による静力学より得た挠み, 曲げモーメントの値に一致することから この2つの方法によって得られた固有振動数, 振動モード, 適合条件が理論的に正しいことについてのべる。

理 論

(i) 集中荷重 $P(t)$ が作用する場合

図に示すように $x=x_j$ なる位置に集中荷重 $P(t)$ が作用するとき, $x=x_i$ におけるランガー桁の動的レスポンス w は, 一般に式(3.1), (3.2) から求めることができる。

$$\ddot{w}_m + \omega_m^2 w_m = \Phi_m(x=x_i) \Phi_m(x=x_j) P(t) \quad \text{--- (3.1)}$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} w_m \quad \text{--- (3.2)}$$

ここに w_m は m 次のモードによるたわみである。

(ii) 集中荷重 $P(t)$ が移動する場合

集中荷重 $P(t)$ が移動する場合には, 式(3.1)において, 単に荷重位置 x_j を時間の関数 $x_j(t)$ として代入すればよい。すなわち,

$$\ddot{w}_m + \omega_m^2 w_m = \Phi_m(x=x_i) \Phi_m\{x=x_j(t)\} P(t) \quad \text{--- (3.3)}$$

(iii) 周期力 $P_0 \sin \omega t$ が作用する場合

周期力 $P_0 \sin \omega t$ が作用する場合には, 式(3.1)より

$$w_m = \frac{\Phi_m(x=x_i) \Phi_m(x=x_j) P_0}{\omega_m^2 - \omega^2} \sin \omega t \quad \text{--- (3.4)}$$

となる。

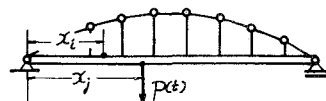
(iv) 静荷重 P_0 が作用する場合

静荷重 P_0 が作用する場合には, 式(3.4)において, $\omega \rightarrow 0$ になる極限を考えればよい。

すなわち

$$w(x_i) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m(x=x_i) \Phi_m(x=x_j) P_0 / \omega_m^2 \quad \text{--- (3.4)}$$

すなわち, 静荷重が作用する時のランガー桁橋の挠みは, 固有振動数 ω_m , 振動モード $\Phi_m(x)$ とを使用して求めることができる。



(V)補剛桁の曲げモーメントについて

集中荷重 $P(x)$ が作用する時，ランガー桁橋の動的静的レスポンスを求める基礎方程式は式(3.1)~(3.4)にて与えられる。これらの基礎方程式を誘導する過程には，近似は全く行われておらず，これらの方程式を解いて求められる値は厳密解である。したがって一旦撓みが求められれば，曲げモーメントは，これらの撓みの関数の2階微分として式(3.5)より求めることができる。

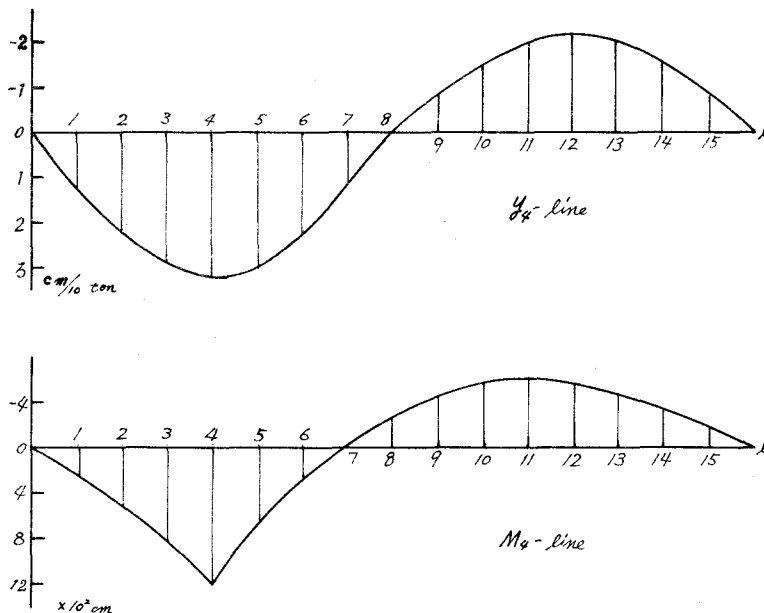
$$M(x) = EI \frac{d^2 w}{dx^2} = EI \frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_{m=1}^{\infty} w_m \right) \text{----- (3.5)}$$

数値計算例

(その2)においてのべた芦崎橋について， $1/4$ 点の撓みの影響線，曲げモーメントの影響線を式(3.4)，(3.5)より求めた結果を下图に示す。この撓みの影響線，曲げモーメントの影響線は，通常の静力学的方法すなわち，仮想仕事法より求めた値と全く一致する。

式(3.2)と式(3.5)を使用してこれらの撓み，曲げモーメントを求めるには，理論的には $m=1 \sim \infty$ の振動次数のものについて計算を行う必要があるが，数値計算を行ってみると，実際にアーチが補剛桁に作用するのは対称モードの $m=1, 3, 5$ 次程度まででありそれより高次の振動モードのものは補剛桁のみの振動次数のものと変わらない。このような性質を利用すれば，下图の撓みの影響線，曲げモーメントの影響線は比較的容易に求められる。

なお，移動荷重が作用するときの動的レスポンスは，紙面の都合上詳しいことは，当日に発表する。



(V)補剛桁の曲げモーメントについて

集中荷重 $P(x)$ が作用する時，ランガー桁橋の動的静的レスポンスを求める基礎方程式は式(3.1)~(3.4)にて与えられる。これらの基礎方程式を誘導する過程には，近似は全く行われておらず，これらの方程式を解いて求められる値は厳密解である。したがって一旦撓みが求められれば，曲げモーメントは，これらの撓みの関数の2階微分として式(3.5)より求めることができる。

$$M(x) = EI \frac{d^2 w}{dx^2} = EI \frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_{m=1}^{\infty} w_m \right) \text{----- (3.5)}$$

数値計算例

(その2)においてのべた芦崎橋について， $1/4$ 点の撓みの影響線，曲げモーメントの影響線を式(3.4)，(3.5)より求めた結果を下图に示す。この撓みの影響線，曲げモーメントの影響線は，通常の静力学的方法すなわち，仮想仕事法より求めた値と全く一致する。

式(3.2)と式(3.5)を使用してこれらの撓み，曲げモーメントを求めるには，理論的には $m=1 \sim \infty$ の振動次数のものについて計算を行う必要があるが，数値計算を行ってみると，実際にアーチが補剛桁に作用するのは対称モードの $m=1, 3, 5$ 次程度まででありそれより高次の振動モードのものは補剛桁のみの振動次数のものと変わらない。このような性質を利用すれば，下图の撓みの影響線，曲げモーメントの影響線は比較的容易に求められる。

なお，移動荷重が作用するときの動的レスポンスは，紙面の都合上詳しいことは，当日に発表する。

