I－75　移動荷重をうけるランガー桁橋の動的研究　（その2）

——結合法による固有振動数と振動モード——

熊本大学　正員　平井一男
熊本大学　正員　吉村虎蔵
日本道路公団　正員　○市川紀一

(その1)において，Ritzの方法によって，ランガー桁橋の固有振動数ω_m，振動モード$\Phi_m(x)$を求めることについてのべたが，ここでは，変形をもととして基礎式をたてる方法についてのべる。この方法は，まず，補剛桁とアーチ部を別々に切り離して考え，両者に同一の変形を与えた後，両者を結合させる方法をとるものである。このようなわけで，研究室では，(その1)にのべたエネルギー法と区別するために結合法と仮によんでいる。なお，適合条件，記号，解析に使用した仮定などは(その1)にのべたものをそのまま使用する。

理論

ランガー桁橋の固有振動数ω_m，振動モード$\varphi_m(x)$（m：振動次数）を直接求めることは，かなり困難なことであるので，補剛桁，アーチ部を別々に切り離して考え，後にこの両者を合成することにする。

(i)補剛桁のみに等分布荷重が作用する場合

補剛桁に$p_0\sin\omega t$なる等分布周期力が作用する場合，任意の点のたわみ$W(x)$は次式にて求められる。

$$W_{(x)}=\sum_{n=1}^{\infty}W_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4lp_0}{n\pi M(\omega_n^2-\omega^2)}\sin\frac{n\pi x}{l}\sin\omega t \qquad (2.1)$$

ここに　M:補剛桁の全質量，ω_n：補剛桁のn次の振動次数に対する固有振動数。

(ii)アーチのみに等分布荷重が作用する場合

アーチに$a_n\sin\frac{n\pi x}{l}$なる変形を与えるに要する等分布荷重は適合条件式(1.9)より

$$p_{an}=\frac{128Ef^2}{n\pi l^4}\cdot\frac{A_aA_g}{A_a+A_g\{1+8(f/l)^2+19.2(f/l)^4\}} \qquad (2.2)$$

にて与えられる。したがって，アーチ部が式(2.1)にて示される補剛桁と同じ変形をおこすに必要な等分布荷重p_aは式(2.3)にて与えられる。

$$p_a=\sum_n\frac{512Ef^2p_0}{\pi^2l^3Mn^2(\omega_n^2-\omega^2)}\cdot\frac{A_a\cdot A_g\sin\omega t}{A_a+A_g\{1+8(f/l)^2+19.2(f/l)^4\}} \qquad (2.3)$$

(iii)補剛桁とアーチ部との結合

補剛桁のみに$p_0\sin\omega t$なる周期力が作用するとき，補剛桁の振動は，式(2.1)にて与えられ，また，アーチが補剛桁と同じ大きさの変形を行うに要する分布荷重は，式(2.3)にて与えられる。したがって，いま，補剛桁に$p_0\sin\omega t$なる分布荷重を作用させ，アーチには式(2.3)にて与えられる分布荷重を作用させながら，この両者を結合する。このようにアーチと補剛桁とを結合すると，ランガー桁橋としての構造になる。上にのべたようにして結合したランガー桁橋には，

$$p_0 = p_a + p_b = (1+\beta)p_b \qquad \text{------------------------} (2.4)$$

ここに，
$$\beta = \Sigma \frac{512\ Ef}{\pi^2 l^3 M n^2 (\omega_n^2 - \omega^2)} \cdot \frac{Aa \cdot Ag}{Aa + Ag\{1+8(f/l)^2+19.2(f/l)^4\}}$$

なる分布荷重が作用し，しかも，このランガー桁橋は，式(2.1)にて与えられる変形を行なっていることになる。式(2.1)と，式(2.4)より式(2.5)が得られる．

$$w = \sum_n \frac{4l}{n\pi M(\omega_n^2 - \omega^2)}\ \sin\frac{n\pi x}{l} \cdot \frac{p_0}{1+\beta} \qquad \text{----------------} (2.5)$$

ランガー桁橋が自由振動を行っているときには，外力は zero である必要がある。すなわち，式(2.4)において，

$$1 + \beta = 0 \qquad \text{-------------------} (2.6)$$

を満足すればよい。式(2.6)はランガー桁橋の振動数方程式である。また，式(2.6)を満足するようにして求められた ω_m の値を式(2.5)に代入すれば m 次の振動モード φ_m が求められる。すなわち，式であらわせば式(2.7)となる。

$$\varphi_m(x) = \Sigma \frac{4l}{n\pi M(\omega_n^2 - \omega_m^2)} \sin\frac{n\pi x}{l} \qquad \text{-------------------} (2.7)$$

(iv) 振動モードの正規化

式(2.7)にて与えられる振動モード $\varphi_m(x)$ の大きさは任意であるが，後の解析に便利になるように，この大きさを式(2.8)を満足するようにしてきめる。すなわち，

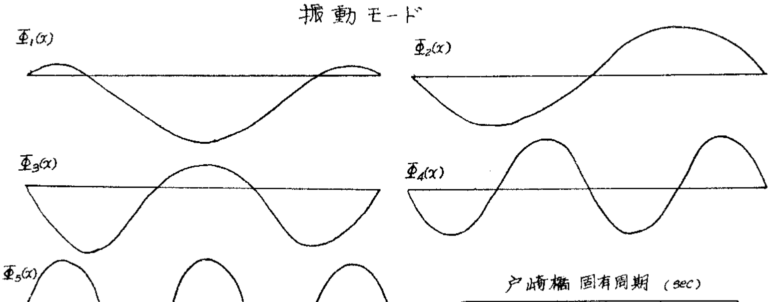
$$\int \rho C^2 \varphi_m^2(x)\,dx = 1 \qquad \text{----------------------} (2.8)$$

このようにしてきめた振動モードを $\Phi_m(x)$ にてあらわす。

<u>数値計算例</u>

スパン $l = 139.2^m$ の宮崎県戸崎橋について解析した振動モード，固有周期の理論値（その(1) その(2)の2法）を示せば次の通り，固有周期は実験値をも併記する。

振動モード



戸崎橋 固有周期（sec）

m	理論値 エネルギー法	理論値 館合法	実験値
1	0.852	0.852	0.786
2	1.519	1.519	1.364
3	0.611	0.611	0.509
4	0.380	0.380	0.364
5	0.243	0.243	0.216