

I-71 水中橋脚の振動と耐震性に関する研究

京都大学工学部 正員 後藤尚男
 京都大学大学院 学生員 ○土岐憲三
 京都大学大学院 学生員 横山康夫

この研究は水中橋脚の振動特性やその耐震設計法を解明しようとするものである。水中橋脚に関するこれまでの耐震設計法では仮想質量の考え方が支配的であるが、本研究では、水と円柱についての基礎微分方程式から出発して、水中橋脚が空気中にある橋脚とどのように異なった特性を持つかを明らかにし、その耐震設計法の一応の目安を得た。

1 動水圧 水中橋脚としては下端において固定された円柱を考えた。この円柱の下端に $y_0 = -\delta g / \omega^2 \cdot e^{i\omega t}$ で表わされる強制変位が働いたとき、この円柱の受ける動水圧による抵抗力 P_y は結局次式で与えられる。¹⁾

$$P_y = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8\delta g \rho \pi r_e}{\lambda_m} \frac{\sin \alpha_m h}{\sin 2\alpha_m h + 2\alpha_m h} \frac{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}}{A_m^2 + B_m^2} \cos \alpha_m z \cdot e^{i(\omega t + \varepsilon_m)} \\ - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8\delta g \rho \pi r_e}{\lambda_m'} \frac{\sin \alpha_m h}{\sin 2\alpha_m h + 2\alpha_m h} \frac{K_1(\lambda_m' r_e)}{K_0(\lambda_m' r_e) + K_2(\lambda_m' r_e)} \cos \alpha_m z \cdot e^{i\omega t} \\ + \frac{8\delta g \rho \pi r_e}{\lambda_0} \frac{\sinh \alpha_0 h}{\sinh 2\alpha_0 h + 2\alpha_0 h} \frac{\sqrt{a_0^2 + b_0^2}}{A_0^2 + B_0^2} \cosh \alpha_0 z \cdot e^{i(\omega t + \varepsilon_0)}$$

ここに、 δ ：震度、 g ：重力の加速度、 ω ：地震の円振動数、 ρ ：水の密度、 r_e ：円柱の半径、 h ：水深、 z ：水底からの高さ、 K_n ：変形ベッセル関数、 α_m ： $\tan \alpha_m h = -\omega^2 / \alpha_m g$ の解、 α_0 ： $\tanh \alpha_0 h = \omega^2 / \alpha_0 g$ の解、 $\lambda_m = \sqrt{\omega^2 / c^2 - \alpha_m^2}$ 、 $\lambda_m' = i \lambda_m$ 、 $\lambda_0 = \sqrt{\omega^2 / c^2 - \alpha_0^2}$ 、 c ：水中での音速、 $A_m = J_0 - J_2$ 、 $B_m = Y_0 - Y_2$ 、 $a_m = A_m J_1 + B_m Y_1$ 、 $b_m = B_m J_1 - A_m Y_1$ 、 $\varepsilon_m = \tan^{-1} b_m / a_m$ 、 $\varepsilon_0 = \tan^{-1} b_0 / a_0$ 、 J_n, Y_n ：ベッセル関数、 $s = \omega / c > \alpha_m$ の成立する m の最小値、 m ：正整数。

上式の P_y において表面波が無視でき、水の圧縮性の影響の小さな場合についてその鉛直と方向の分布を算出図示したのが図-1である。この図は細長い橋脚に対しては Westergaard の式は過大な計算値を与えることを示している。また、このような場合には動水圧自身の共振現象は起こらないことが上式より証明される。さらに、従来から慣用されている仮想質量は上記の動水圧による抵抗力 P_y を質量に変換したものに於いて、水の圧縮性と表面波を無視し、かつ $h \rightarrow \infty$ とした場合に相当することを明らかにした。一方、動水圧に与える水の圧縮性の影響を水深 h と振動周期 T に対して図示したのが図-2である。

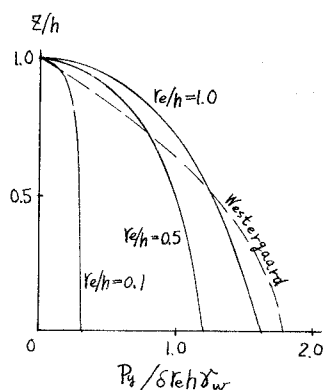


図-1 動水圧の分布

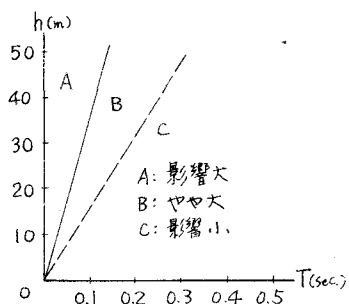


図-2 水の圧縮性の影響

2 円柱状水中橋脚の定常振動 1 と同様な強制変位

が作用した場合の橋脚のためみ y_d を与える式において, h と T との関係は図-2 の B, C の領域にあり, かつ表面波の影響を無視しようとき, y_d は次式で表示される。

$$y_d = - \sum_{\mu=1}^{\infty} A_{\mu} \eta(k_{\mu} z) e^{i\omega t}$$

ただし, A_{μ} は $(p_{\mu}^2/\omega^2 - 1)A_{\mu} = \delta g/\omega^2 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \Omega_{\mu\nu} A_{\nu}$ の解であり, $\Omega_{\mu\nu}$, Ψ_{ν} は

$$\Omega_{\mu\nu} = \frac{\gamma_w \pi r_c^2}{\gamma A} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{\lambda_{\mu} r_c} \frac{K_1(\lambda_{\mu} r_c)}{K_0(\lambda_{\mu} r_c) + K_2(\lambda_{\mu} r_c)} \frac{1}{h} \int_0^h \eta(k_{\mu} z) \cos \alpha_{\mu} z dz \frac{1}{h} \int_0^h \eta(k_{\nu} z) \cos \alpha_{\nu} z dz$$

$$\Psi_{\nu} = \frac{1}{h} \int_0^h \eta(k_{\nu} z) dz + \frac{\gamma_w \pi r_c^2}{\gamma A} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m-1}}{\alpha_{\nu} h} \frac{4}{\lambda_{\nu} r_c} \frac{K_1(\lambda_{\nu} r_c)}{K_0(\lambda_{\nu} r_c) + K_2(\lambda_{\nu} r_c)} \frac{1}{h} \int_0^h \eta(k_{\nu} z) \cos \alpha_{\nu} z dz$$

で与えられる無次元量である。ここに, p_{μ} : 第 μ 次の固有円振動数, $\eta(k_{\mu} z)$: 片持ばりの正規関数, γ_w : 水の単位体積重量, γ : 橋脚の単位体積重量, A : 橋脚の断面積。

この解から $\gamma A \Omega_{\mu}/g$ が近似的には固有周期に関する仮想質量を表わしていることを見出した。また, 固有周期と水中での共振周期との関係を上の場合について図示すると図-3 のようになる。この図から, r_c/h が比較的大きな大短い橋脚に対しては, 慣用値は大きな仮想質量をとりすぎていることがわかる。

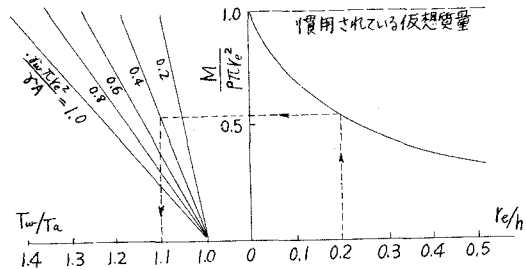


図-3 固有周期 T_a に対する水中での共振周期 T_w の比

合成樹脂製の模型についての振動実験結果と理論計算値とを比較したのが表-1 である。模型 I は外径 $r_o = 76 \text{ mm}$, 内径 $r_i = 70 \text{ mm}$, 模型 II は $r_o = 45 \text{ mm}$, $r_i = 40 \text{ mm}$, 模型 III は $r_o = 35 \text{ mm}$, $r_i = 30 \text{ mm}$ であり筒長はいずれも 1000 mm である。

3 実橋脚についての計算例

曲げとせん断の両者を考慮した振動解析の結果を, 明石海峡連絡吊橋計画案の主橋脚: 直径 50 m , 水深 45 m の場合に適用計算した結果を表-2 に示した。ここでは上部構造が無視されているが, これを考慮した場合の計算も実施中である。

その他, 理論解析の方針 減衰抵抗の検討, 耐震設計法の考察などについては講演時に述べる。

表-1 水中での共振周期に関する理論値と実験値との比較

		[1] 固有周期	[2] 水中での 共振周期	[2] [1]	理論値 実験値
		実験値	理論値		
模型 I	実験値	0.05 sec	0.12 sec	2.4	100.5%
	理論値	0.047	0.114	2.41	
模型 II	実験値	0.09	0.155	1.85	108.5
	理論値	0.081	0.160	2.01	
模型 III	実験値	0.10	0.182	1.82	105.5
	理論値	0.095	0.182	1.92	

表-2 実橋脚についての計算例 (震度: 0.25)

地震動	周期(sec)	0.15	0.25	0.40	0.60
	振幅(mm)	1.27	3.88	9.93	22.3
おけ上の固有周期増大率(%)		4.7	4.3	4.1	4.0
動水圧/慣性力(%)		23.6	20.2	19.5	19.3
定よる常振動値に	頂部たわみ(mm)	2.83	1.04	0.88	0.82
	下端のせん断力(トン)	23.0	8.4	7.1	6.7
	下端のせん断力(トン)	4.7	1.5	1.5	1.4
	水中での値/空気中の値	1.48	1.22	1.19	1.18

1) 地震工学国内シンポジウム講演集(1962年), p.106, 式(1・7)より。