

# I-70 一柱式橋脚の水平連成振動に関する研究

京都大学工学部 正員 工博 後藤 尚男  
 京都大学工学部 正員 工修 勝見 雅  
 京都大学大学院 学生員 ○ 亀田 弘行

1. まえがき 一柱式橋脚は、都市高速道路の下部構造として注目され、わが国でもすでに一部で実現されつつあるが、われわれはその耐震性について、動力学的な立場から研究を進めてきた。その成果の一部はすでに発表した<sup>1)</sup>が、ここでは主として杭打基礎を有する一柱式橋脚を対象としていた。その後井筒基礎の場合についても研究を行なったので、以下にその要旨を述べる。

## 2. 水平連成振動の理論解析

### (1) 自由振動

i) 井筒躯体の質量を考慮する場合

図-1のような一柱式橋脚の連成振動モデルは図-2のように表わされる。

同図において力の釣合いの条件式は

$$P_0 = P_1 + P_2, \quad M_0 = M_1 + M_2 + (h + \alpha')P_1 \quad \text{----- (1)}$$

と書かれ、また力と変形の関係より

$$\left. \begin{aligned} y_1 - e\varphi_1 &= y_2 + (h + \alpha')\varphi_2 + PR^2/3EI + M_1R/2EI \\ \varphi_1 &= \varphi_2 + PR^2/2EI + M_1R/EI \\ R_R y_2 &= P_0, \quad R_R \varphi_2 = M_0 \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (2)}$$

一方上下部両構造の運動方程式は、

$$P_1 = -m_1 \ddot{y}_1, \quad P_2 = -m_2 (\ddot{y}_2 + \alpha'' \ddot{\varphi}_2), \quad M_1 = -m_1 (e \ddot{y}_1 + h^2 \ddot{\varphi}_1), \quad M_2 = -m_2 (\alpha' (\ddot{y}_2 + \alpha'' \ddot{\varphi}_2) + h^2 \ddot{\varphi}_2) \quad \text{----- (3)}$$

と表わされる。さらに、固有振動数を  $n$  として、

$$(P_1, P_2, P_0, M_1, M_2, M_0, y_1, y_2, \varphi_1, \varphi_2) = (P_{10}, P_{20}, P_{00}, M_{10}, M_{20}, M_{00}, y_{10}, y_{20}, \varphi_{10}, \varphi_{20}) \cos n t \quad \text{----- (4)}$$

と置き、これを式(1)~式(3)に代入して整理すると、結局つぎの振動数方程式が得られる。

$$\begin{vmatrix} \alpha_1(2 + 3\beta_1)m_1n^2 - 1, & 1, & (\beta_1 + \alpha_1\beta_2)m_1n^2, & \beta_2 \\ 3\alpha_1(1 + 2\beta_1)m_1n^2, & 0, & (6\alpha_1\beta_2m_1n^2 - 1), & 1 \\ \alpha_3m_1n^2, & (\alpha_3m_2n^2 - 1), & 0, & \alpha_3\beta_2m_2n^2 \\ \alpha_2(\beta_1 + \beta_2)m_1n^2, & \alpha_2\beta_2m_2n^2, & \alpha_2\beta_1m_1n^2, & (\alpha_2\beta_2m_2n^2 - 1) \end{vmatrix} = 0 \quad \text{----- (5)}$$

ただし、 $\alpha_1 = R^2/6EI$ ,  $\alpha_2 = R^2/R_R$ ,  $\alpha_3 = 1/R_R$ ,  $\beta_1 = e/R$

$$\beta_2 = h^2/R^2, \quad \beta_3 = 1 + \alpha'/R, \quad \beta_4 = \alpha'/R, \quad \beta_5 = (h^2 + \alpha'^2)/R^2$$

ii) 井筒の質量を無視する場合 ( $m_2 = 0$ )

井筒の質量  $m_2$  を無視し、式(5)で  $m_2 = 0$  とおけり

ば、固有振動数を求める式が、つぎの形として得られる。

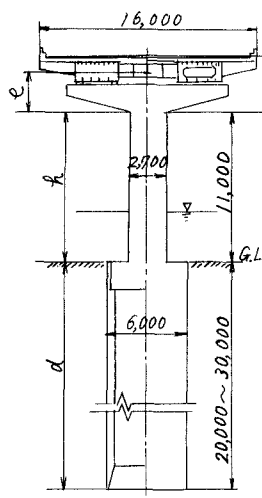


図-1 一柱式橋脚の概略図 (阪神高速道路大坂1号線) 単位mm

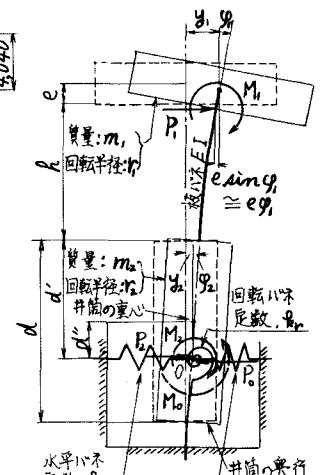
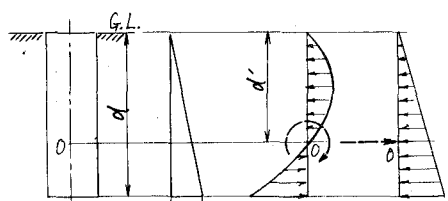


図-2 連成振動モデル



(a) 井筒の点Dのまわりの回転による水平地盤反力係数分布 (b) 井筒の点Dのまわりの回転による水平地盤反力 (c) 井筒の水平並進運動による水平地盤反力

図-3 水平地盤係数および井筒の回転、並進運動による水平地盤反力の分布 (破線は外力)

$$1/n_1^2, 1/n_2^2 = (B \pm \sqrt{B^2 - 4\beta_2 C}) \quad \text{----- (6)}$$

ただし  $n_1, n_2$  は、それぞれ 1 次  $T_0$  および 2 次の固有振動数。

$$\left. \begin{aligned} B &= 6\alpha_1(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) + \alpha_2(\beta_1 + \beta_2) + (2\alpha_1 + \beta_2\alpha_2 + \alpha_3) \\ C &= 3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\alpha_2\{1 + 3\beta_3(\beta_2 - 1)\} + 6\alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (7)}$$

(2) 強制振動 (井筒の質量を無視する場合:  $m_s = 0$ )

図-2 に地動  $x = a \cdot \cos pt$  が作用する場合も式(1)、式(2)が成り立つ。一方式(3)の  $y_1, y_2$ 、式(4)の  $n$  を、それぞれ  $y_1 + x, y_2 + x$ 、 $p$  で  $T_0$  を変えればよいから、これらより、式(4)右辺の 10 個の定常振幅が求められるが、ここにその一部を書けばつぎのようになる。

$$y_{10} = W_1 R_0 \{-m_1 \beta_2 C p^2 + B - B'\} / \Delta, \quad \varphi_{10} = W_1 R_0 D / \Delta \quad \text{----- (P)}$$

$$\text{ここに、} \Delta = m_1^2 \beta_2 C p^4 - m_1 B p^2 + 1$$

ただし、 $W_1 = m_1 g$ : 上部構造 1 連の重量、 $R_0$ : 水平振度  
また、 $B, C$  は式(7)で与えられ、 $B'$  および  $D$  は、次式により算出される。

$$B' = (6\alpha_1 + \alpha_2)\beta_2, \quad D = 3\alpha_1(1 + 2\beta_1) + \alpha_2(\beta_1 + \beta_2) \quad \text{----- (9)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{また、} y_{20} &= W_2 R_0 \alpha_2 \{1 + y_{10}/a_0\} \\ \varphi_{20} &= W_2 R_0 \alpha_2 \{(\beta_1 + \beta_2)(1 + y_{10}/a_0) + \beta_2 \varphi_{10}/a_0\} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (10)}$$

(3) 基礎地盤のバネの深さ ( $d, d'$ )、回転バネ定数 ( $k_r$ )  
および水平バネ定数 ( $k_n$ )

基礎地盤の水平地盤係数が図-3(a) のような三角形分布をなすものと仮定すれば、図-2 における  $d, d', k_r, k_n$  は、つぎのように算出される。

$$\alpha' = 2d/3, \quad \alpha'' = d/6, \quad R_1 = 8d^2 K_A / 36, \quad R_2 = 8d K_A / 2 \quad \text{--- (11)}$$

### 3. 模型実験および数値計算

図-4 のような一柱式橋脚の模型を製作し、振動実験を行なつて得られた模型の固有振動数を、2. における理論解に基づく計算値と比較して、表-1 に示したが、両者はかなりよく対応している。

つぎに、図-5、図-6 は、それぞれ図-1 に対し、2. の結果を適用して計算した連成 1 次と 2 次の固有振動周期、および橋脚上下端における曲げモーメントの定常振幅 (上端:  $M_{10}$ , 下端:  $M_{20}$ ) と、慣用震度法による橋脚下端の曲げモーメント ( $M_s$ ) の比を示したものである。

これらの説明は講演時にゆずる。

1) 地震工学国内シンポジウム (1962), 講演集, pp. 141 - 146.

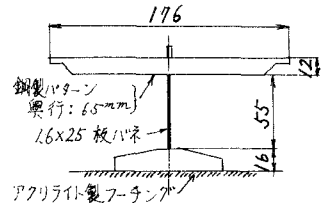


図-4 一柱式橋脚模型概略図 (単位 mm)  
(フーチング下面完全固定)

表-1 模型の固有振動数 (C/S)

|             | 実験値  | 計算値   |        |
|-------------|------|-------|--------|
|             |      | 連成バネ系 | 慣用震度法系 |
| フーチング下面完全固定 | 14.3 | 15.3  | 28.8   |
| フーチング下面弾性固定 | 13.0 | 14.3  |        |

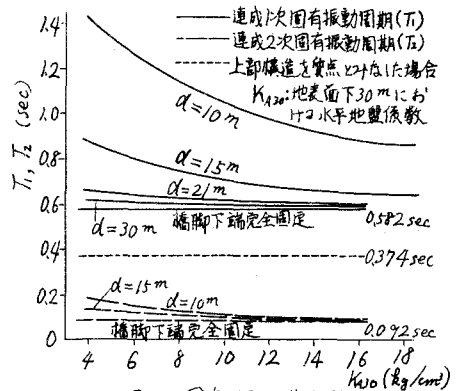


図-5 固有振動周期計算値  
(阪神高速道路大阪1号線)

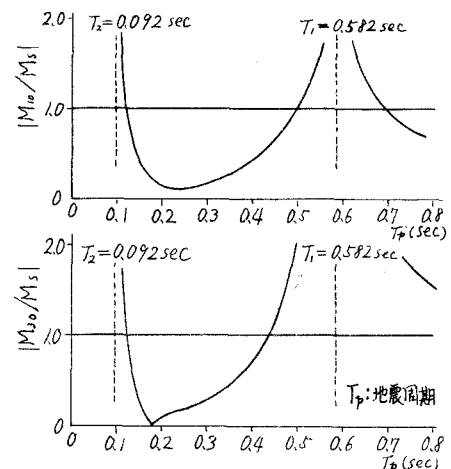


図-6 橋脚に生ずる曲げモーメントの定常振幅  
(阪神高速道路大阪1号線; 橋脚下端完全固定)