

I-54 非線型特性をもつ弾性床上的のはりのたわみ

東京大学工学部 正 員 八十島義之助
 学主員 松浦義満

「1 緒言 弾性床上的のはりの問題は多くの場合、はりが連続的に分布した線型ばねをもって支持されているという *Winkler-Zimmerman* の仮定をもって論ぜられているが、⁽¹⁾更に基礎体の連続性を考慮した論文も見られる。⁽²⁾ 筆者はオ1図に示すような非線型復元力をもつ弾性床におかれた無限及び半無限ばりに集中荷重を作用させた場合について解析を試みたので、それについて述べる。こゝには基本的な考え方を簡略に述べ、二つの計算例及び実験の結果を提示するにとどめる。

2 考へ方

衆知のように断面が一樣なはりのたわみに対する方程式は次式で与えられる。

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q(x) \quad \dots\dots (1)$$

はりの単位長さ当りの重量を P で表わし、基礎係数を k として、オ1図の基礎反力特性を考慮するときには(1)式は次のようになる。

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = \begin{cases} -kw + P & (w > 0) \\ P & (w < 0) \end{cases} \quad \dots\dots (2)$$

(2)の各式の一般解は容易に求まる。

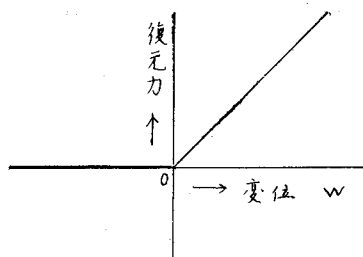
いま無限ばりに集中荷重 P が働くとして考察を進める。はり自重 P により全長に亘つて^(沈下するたがひに)一定の沈下量をもち、 $x \rightarrow \pm\infty$ においては最早床面上に浮き上がることはなくなり、 $x \rightarrow \pm\infty$ においてたわみ w は $w = \delta$ (自重による沈下量) に漸近的に収斂するということが物理的に推測できる。従つて A 点以遠に於けるはりのたわみは線型ばねに支配される。

次に A 点に於ける接続条件について検討する。説明の都合がよいので座標をオ2図のように設定する。原点 O に依っている m_0 -moment を M_0 で表わすならば $BX > 0$ におけるはりのたわみは次の方程式で与えられる。

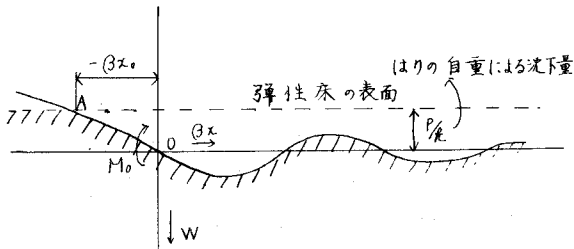
$$w = \frac{M_0}{2\beta^2 EI} e^{-\beta x} \sin(\beta x) \quad \dots\dots (3)$$

$$\text{ただし } \beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$

このたわみ曲線 w が点 $A(-\beta x_0, -\delta)$ を通過するためには次の関係式を満足しなければならない。



オ1図
基礎反力特性



オ2図
接続点(A)近傍におけるはりのたわみ

$$\frac{M_0}{2\beta^2 EI} = -\frac{P}{k} \frac{1}{e^{-\beta x_0} \sin \beta x_0} \dots (4)$$

これを(3)式に代入すると

$$W = -\frac{P}{k} \frac{1}{e^{\beta x_0} \sin \beta x_0} e^{-\beta x} \sin \beta x \dots (5)$$

となる。(5)式の微分を繰返して接続点Aにおける条件 W_0, W'_0, W''_0, W'''_0 を求めると

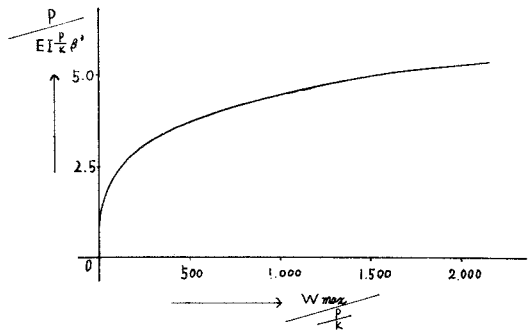
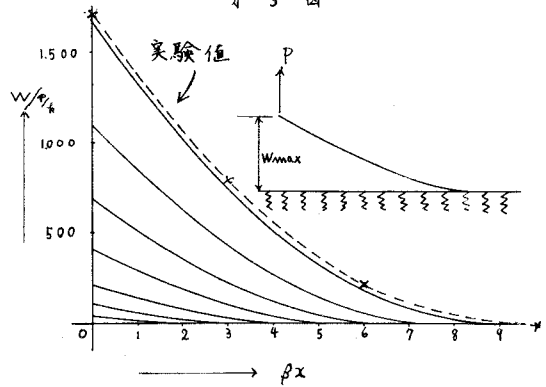
$$\left. \begin{aligned} W_0 &= -\frac{P}{k} \\ W'_0 &= \beta \frac{P}{k} (1 - \cot \beta x_0) \\ W''_0 &= 2\beta^2 \frac{P}{k} \cot \beta x_0 \\ W'''_0 &= -2\beta^3 \frac{P}{k} (1 + \cot \beta x_0) \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

となる。これで点Aにおける接続条件は βx_0 のみ依存することがわかった。この未知数 βx_0 は載荷点における条件を満足させるように定めればよい。

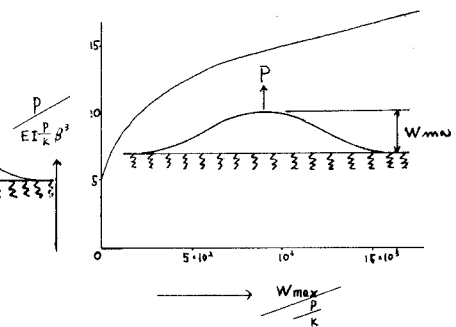
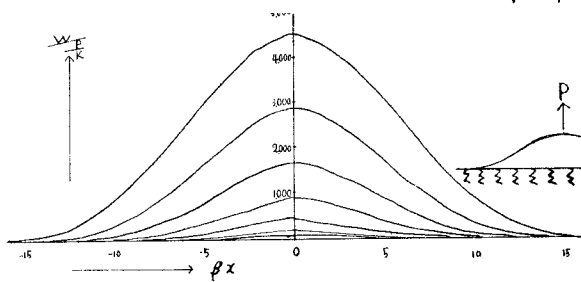
(3) 計算例

オ3図は半無限ばりの一端に上向の力とゆかせた場合のたわみ曲線及び ~~moment 図~~ 及び実験の結果を示す。オ4図は無限ばりに集中荷重を上向にゆかせた場合のものである。その他の計算例については講演の場で発表する。

オ3図



オ4図



この一連の研究を行うに当り最上教授 島田講師 鹿島建設から有力なる助言 並びに援助を受けた。又計算及び図面の作製等については北村精一 大場弥栄子 岡田映子の諸氏を煩わした。記して謝意を表わす。

参考文献 (I) K. Hayashi, Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage. M. Hetényi Beams on Elastic Foundation. (II) 例えは P. Neményi "Tragwerke auf elastischer Unterlage". Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 11 (1931)