

I-50 直交異方性弾性基礎における応力状態について

名古屋大学 正員 川本 脩 万

1. はしがき 最近ダムの開発に際して岩盤力学 (Rock Mechanics) が大いに討議されるようになり、現場においても大がかりな岩盤試験が行われてきている。ダムの基礎となる岩盤はその成層状態、岩石の組織や成分鉱物の位置的差、亀裂節理の発達、風化変質の状態などのために複雑な状態を呈している。したがってこれらの諸要素が基礎内の応力伝播にいかなる影響を及ぼすかを明らかにする必要がある。基礎内の応力状態については、基礎の上質あるいは岩盤に対して種々の力学模型を適用することによって多くの研究が行われてきている。基礎岩盤を直交異方性体として取扱ったものには V. Kafka の研究があり、またこの場合と同様に取扱う層状弾性基礎に対しては V. Kafka や G. Sonntag 等の研究がある。さらにびじわれ性基礎、斜層基礎に対しては林氏の研究がある。そのほか岩盤を非等方性の弾性体として取扱ったものも数多くある。ここではとくに岩盤の成層状態による基礎の異方性が応力状態にいかなる影響を及ぼすかについて検討した。勿論節理や亀裂等の存在も考慮されねばならないが、これらが適度に分布しているものと考えて基礎全体を巨視的に見れば、直交異方性体と考えられるし、また層状の基礎においても層相互間に変位を生ずることのない場合を考えれば同様に取扱う。したがって亀裂等における局所的な応力集中や滑り破壊に対する安全率等は基礎全体と異方性体として求めた応力状態よりさらに考察されるだらう。

2. 基礎方程式および応力式 図-1 のように半無限板 (平面ひずみ状態) と考える応力関数と U とするとこの場合の適合条件式は最知のごとく、

$$a_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - 2a_{21} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial y^2} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2 \partial y^2} - 2a_{66} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (1)$$

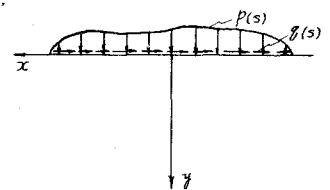


図-1

上式の特性方程式の根を S_1, S_2, S_3, S_4 とすると、 $S_1 = \alpha_1 + i\beta_1, S_2 = \alpha_2 + i\beta_2, S_3 = \alpha_1 - i\beta_1, S_4 = \alpha_2 - i\beta_2$ のようになり、(1) 式と満足する応力関数 U は $Z_1 = x + S_1 y, Z_2 = x + S_2 y$ に関する二つの解析関数

$F_1(Z_1), F_2(Z_2)$ で、 $U(x, y) = F_1(Z_1) + F_2(Z_2) + \overline{F_1(Z_1)} + \overline{F_2(Z_2)}$ のように与えられ、さうに各成分応力は $\sigma_x = \partial^2 U / \partial y^2, \sigma_y = \partial^2 U / \partial x^2, \tau_{xy} = -\partial^2 U / \partial x \partial y$ より求められるが、

$$d^2 F_k(Z_k) / dz_k^2 = W_k(Z_k) / 4, \quad (k=1, 2) \text{ とおくと、}$$

$$\sigma_x = \frac{1}{2} \text{Re}[S_1^2 W_1(Z_1) + S_2^2 W_2(Z_2)], \quad \sigma_y = \frac{1}{2} \text{Re}[W_1(Z_1) + W_2(Z_2)], \quad \tau_{xy} = -\frac{1}{2} \text{Re}[S_1 W_1(Z_1) + S_2 W_2(Z_2)] \quad (2)$$

図-1 に示すように直線境界上に分布圧縮荷重 $p(s)$ およびせん断力 $g(s)$ が作用する場合と考える。(2) 式および境界条件 $\sigma_y = -p(s), \tau_{xy} = g(s)$ より解析関数はつぎのように求められる。

$$W_k(Z_k) = \frac{1}{2\pi i} \frac{4}{S_k - S_l} \int_A \frac{S_l p(s) - g(s)}{S - Z_k} ds \quad (k, l=1, 2, \quad k \neq l) \quad (3)$$

上式中の積分は全境界線上での積分と示す。いま直線境界上における荷重として図-2 に示

すようなものを考える。しかるときは $W_k(z_k)$ はつぎのように求まる。

$$(a) \quad W_k(z_k) = \frac{2P_0}{\pi i} \cdot \frac{S_l}{S_k - S_l} \log \frac{1 - z_k}{1 + z_k} = \frac{4P_0}{\pi} \cdot \frac{S_l}{S_k - S_l} \tan^{-1} i z_k \quad (4)$$

$$(b) \quad W_k(z_k) = \frac{-2\mathcal{G}_0}{\pi i} \cdot \frac{1}{S_k - S_l} \log \frac{1 - z_k}{1 + z_k} = \frac{-4\mathcal{G}_0}{\pi} \cdot \frac{1}{S_k - S_l} \tan^{-1} i z_k \quad (5)$$

$$(c) \quad W_k(z_k) = \frac{2P_0}{\pi i} \cdot \frac{S_l}{S_k - S_l} (2 + z_k \log \frac{1 - z_k}{1 + z_k}) = \frac{4P_0}{\pi} \cdot \frac{S_l}{S_k - S_l} (1 + z_k \tan^{-1} i z_k) \quad (6)$$

上のそれぞれの $W_k(z_k)$ の値を(3)式に代入すればつぎのように各成分応力を求めることができる。いまつぎのように置く。

$$T_k(x, y) = \tan^{-1} \frac{-2\beta_k y}{1 - \beta_k^2 y^2 - (x + \alpha_k y)^2}, \quad H_k(x, y) = \tanh^{-1} \frac{Z(x + \alpha_k y)}{1 + \beta_k^2 y^2 + (x + \alpha_k y)^2}, \quad \alpha = \alpha_1 - \alpha_2, \quad \beta = \beta_1 - \beta_2 \quad (7)$$

$$(a) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{P_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k \alpha_l - \beta_k \beta_l) - (\alpha_k^2 - \beta_k^2)(\alpha_l^2 + \beta_l^2)\} T_k(x, y) \right. \\ &\quad \left. + \{-(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k \beta_l + \alpha_l \beta_k) + 2\alpha_k \beta_k (\alpha_l^2 + \beta_l^2)\} H_k(x, y) \right] \\ \sigma_y &= \frac{P_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{(\alpha_k - \alpha_l)\alpha_l + (\beta_k - \beta_l)\beta_l\} T_k(x, y) - (\alpha_k \beta_l - \alpha_l \beta_k) H_k(x, y) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{P_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{-(\alpha_k^2 + \beta_k^2)\alpha_l + (\alpha_l^2 + \beta_l^2)\alpha_k\} T_k(x, y) + \{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)\beta_l - (\alpha_l^2 + \beta_l^2)\beta_k\} H_k(x, y) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$(b) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{\mathcal{G}_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{(\alpha_k^2 - \beta_k^2)(\alpha_k - \alpha_l) + 2\alpha_k \beta_k (\beta_k - \beta_l)\} T_k(x, y) + \{(\alpha_k^2 - \beta_k^2)(\beta_k - \beta_l) - 2\alpha_k \beta_k (\alpha_k - \alpha_l)\} H_k(x, y) \right] \\ \sigma_y &= -\frac{\mathcal{G}_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[(\alpha_k - \alpha_l) T_k(x, y) + (\beta_k - \beta_l) H_k(x, y) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{\mathcal{G}_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{(\alpha_k(\alpha_k - \alpha_l) + \beta_k(\beta_k - \beta_l))\} T_k(x, y) - (\alpha_k \beta_l - \alpha_l \beta_k) H_k(x, y) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$(c) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{P_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{2(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k \beta_l + \alpha_l \beta_k) - 2\alpha_k \beta_k (\alpha_l^2 + \beta_l^2) + [(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k \alpha_l - \beta_k \beta_l) - (\alpha_k^2 - \beta_k^2)(\alpha_l^2 + \beta_l^2)]\} x \right. \\ &\quad \left. + \{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k^2 \alpha_l - \alpha_l \beta_k - 2\alpha_k \beta_k \beta_l) - (\alpha_l^2 + \beta_l^2)(\alpha_k^2 - 3\alpha_k \beta_k^2)\} y\} T_k(x, y) + \{[-(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k \beta_l + \alpha_l \beta_k) + \right. \\ &\quad \left. + 2\alpha_k \beta_k (\alpha_l^2 + \beta_l^2)] x + [(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(-\alpha_k^2 \beta_l + \beta_k^2 \beta_l - 2\alpha_k \alpha_l \beta_k) + (\alpha_l^2 + \beta_l^2)(3\alpha_k^2 \beta_k - \beta_k^2)] y\} H_k(x, y) \right] \\ \sigma_y &= \frac{P_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{2(\alpha_k \beta_l - \alpha_l \beta_k) + [(\alpha_k - \alpha_l)\alpha_l + (\beta_k - \beta_l)\beta_l]\} x + \{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)\alpha_l - (\alpha_l^2 + \beta_l^2)\alpha_k\} y\} T_k(x, y) \right. \\ &\quad \left. + [-(\alpha_k \beta_l - \alpha_l \beta_k) x + \{(\alpha_l^2 + \beta_l^2)\beta_k - (\alpha_k^2 + \beta_k^2)\beta_l\} y] H_k(x, y) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{P_0}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \sum_{\substack{k=1,2 \\ l=1,2}} \left[\{-2\{(\alpha_k^2 + \beta_k^2)\beta_l - (\alpha_l^2 + \beta_l^2)\beta_k\} + [1 - (\alpha_k^2 + \beta_k^2)\alpha_l + (\alpha_l^2 + \beta_l^2)\alpha_k]\} x + \{-(\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k \alpha_l - \beta_k \beta_l) \right. \\ &\quad \left. + (\alpha_l^2 + \beta_l^2)(\alpha_k - \beta_k^2)\} y\} T_k(x, y) + \{[(\alpha_k^2 + \beta_k^2)\beta_l - (\alpha_l^2 + \beta_l^2)\beta_k] x + [-2\alpha_k \beta_k (\alpha_l^2 + \beta_l^2) + \right. \\ &\quad \left. + (\alpha_k^2 + \beta_k^2)(\alpha_k \beta_l + \alpha_l \beta_k)] y\} H_k(x, y) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

3. 弾性常数について

4. 数値計算および応力状態の考察

図-3 に示すごとく主弾性係数の方向が直線縁と $\theta = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ$ をとり、さらに $e = E_1/E_2 = 1, 1/2, 1/4, 1/6, 1/8, 1/10$, $\nu_{12} = 0.3$ の場合に対して、3種の荷重状態について応力状態を求めた。それらの結果とその考察については学会当日説明することにする。

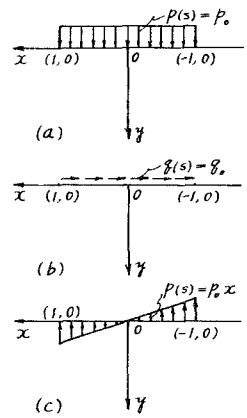


図-2

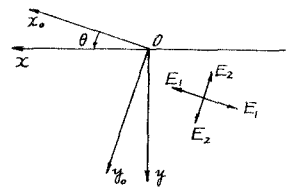


図-3