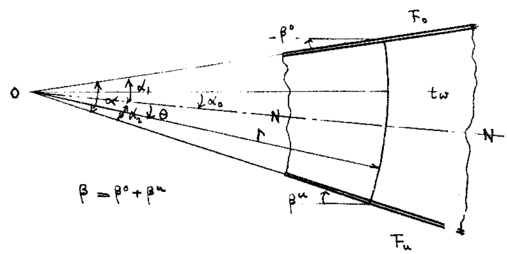
Ⅰ－42　変断面プレートガーダーの曲ゲ応力について

東北大学　正員　倉西　茂

一般に変断面桁の解析は，断面２次モーメントが変化する事による撓みの変化に着目され，突縁が傾斜している事の影響は比較的等閑視されている。ここで述べる解析方法は突縁の傾斜を無理のない形で入れた応力計算式を求める事を目的としている。

上下の突縁と腹板の接合部では直応力は突縁と平行になるという條件を満足させるため，上下突縁に接する接線の交点に極座標をとり，円周方向の応力度は零と仮定してウエブプレート内の応力度分布を求め，突縁の応力度はウエブプレートと連續するとして求める。突縁が彎曲している場合は突縁よりウエブプレートに円周方向の力が加わるが，この点は無視している。又断面の位置によって極座標の位置，中立軸の位置が移動するが，この点も考慮に入れない。



図－1

腹板内の応力度分布

極座標による応力函数は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{r^2\partial\theta^2}\right)^2 F = 0 \qquad \cdots\cdots(1)$$

で与えられるが，(1)式の一般解より $\sigma_\theta = 0$ という條件を満足するものをとり出すと，中立軸を θ 軸原点にとり次式が得られる。

$$F = Ar\theta\cos\theta + B\sin 2\theta + C\theta \qquad \cdots\cdots(2)$$

(2)式より応力度を求め，曲ゲモーメントM，剪断力Sをもとめると

$$\begin{aligned}
M = {} & 2A\left[r t_w\left\{-\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{2}\sin\alpha\cos(\beta-\alpha_0)\right\} - F_o\sin^2(\alpha_0-\beta^o) - F_u\sin^2(\beta^u-\alpha_0)\right] + \\
& +4B\left[t_w\left\{-\frac{1}{3}\sin\frac{3\alpha}{2}\cos\frac{3}{2}(\beta-2\alpha_0)+\frac{1}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\cos(\beta-2\alpha_0)\right\} - \frac{F_o}{r}\sin 2(\alpha_0-\beta^o)\sin(\alpha_0-\beta^o)\right. \\
& -\frac{F_u}{r}\sin 2(\beta^u-\alpha_0)\sin(\beta^u-\alpha_0) + t_w\left\{\frac{1}{4}\sin\alpha\sin(\beta-2\alpha_0-2d)+\frac{1}{6}\sin\frac{3}{2}\alpha \times\right. \\
& \left.\left.\times\cos\frac{3}{2}(\beta-2\alpha_0-2d)+\sin\alpha\cos(\beta-2\alpha_0-2d)\right\}\right] - Ct_w\left\{\alpha-2\sin\frac{\alpha}{2}\cos(\beta-2\alpha_0)\right\} \quad \cdots(3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S = {} & 2A\left[t_w\left\{\frac{1}{2}\cos(\beta-\alpha_0)\sin\alpha-\frac{\alpha}{2}\cos\alpha_0\right\}+\frac{F^o}{r}\sin(\alpha_0-\beta^o)\sin\beta^o-\frac{F^u}{r}\sin(\beta^u-\alpha_0)\sin\beta^u\right] + \\
& +4B\left[\frac{t_w}{r}\left\{\frac{1}{3}\sin\frac{3\alpha}{2}\cos\frac{3\beta-4\alpha_0}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta-4\alpha_0}{2}\right\}+\frac{F_o}{r^2}\sin 2(\alpha_0-\beta^o)\sin\beta^o-\frac{F_u}{r^2}\sin 2(\beta^u-\alpha_0)\right. \\
& \left.+\frac{t_w}{r}\left\{\frac{1}{2}\sin\frac{3}{2}(\beta-2\alpha_0-2d)\sin\frac{3}{2}\alpha-\sin\frac{\beta-4\alpha-4d}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right\}\right]+\frac{Ct_w}{r}\cdot 2\cos\beta\sin\frac{\alpha}{2} \quad \cdots(4)
\end{aligned}$$

中立軸の位置は次式で与えられる。

$$-2A\left[t_w\left\{\frac{1}{2}\sin(\beta-\alpha_0)\sin\alpha-\frac{\alpha}{2}\sin\alpha_0\right\}+\frac{F^u}{r}\sin(\beta^u-\alpha_0)\cos\beta^u-\frac{F_0}{r}\sin(\alpha_0-\beta^0)\cos\beta^0\right]-4B\times$$

$$\times\left[\frac{t_w}{r}\left\{\frac{1}{3}\sin\left(\frac{3}{2}\beta-2\alpha_0\right)\sin\frac{3\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\sin\left(\frac{\beta}{2}-2\alpha_0\right)\right\}+\frac{F_u}{r^2}\sin 2(\beta^u-\alpha_0)\cos\beta^u-\frac{F_0}{r^2}\sin 2(\alpha_0-\beta^0)\cos\beta^0\right.$$

$$\left.+\frac{t_w}{r}\left\{\sin\left(\frac{\beta}{2}-2\alpha_0-2\alpha\right)\sin\frac{\alpha}{2}\right\}\right]+\frac{Ct_w}{r}(-2)\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha}{2}=0 \qquad ----(5)$$

おまび剪断力の分布次式のように假定する。

$$\frac{F_u}{t_w}\left(\frac{2A}{r^2}\sin(\beta^u-\alpha_0)+\frac{8B}{r^3}\sin^2(\beta^u-\alpha_0)\right)=\frac{2B}{r^2}\cos 2(\beta^u-\alpha_0-\alpha)+\frac{C}{r^2} \qquad ----(6)$$

以上の式により各定数を定める事ができ，応力度は求める事ができる。

近似式

上式は余りに煩雑であるので，円弧断面は変形後も円弧であると考えると B＝0 となり式は簡略化される。

$$M=-2A\left[r t_w\left\{-\frac{1}{2}\sin\alpha\cos(\beta-\alpha_0)+\frac{\alpha}{2}\right\}+F_0\sin^2(\alpha_0-\beta^0)+F_u\sin^2(\beta^u-\alpha_0)\right] \quad ---(7)$$

$$S=2A\left[t_w\left\{\frac{1}{2}\cos(\beta-\alpha_0)\sin\alpha-\frac{\alpha}{2}\cos\alpha_0\right\}+\frac{F_0}{r}\sin(\alpha_0-\beta^0)\sin\beta^0-\frac{F_u}{r}\sin(\beta^u-\alpha_0)\sin\beta^u\right]$$

$$+C\frac{t_w}{r}2\cos\beta\sin\frac{\alpha}{2} \qquad ---(8)$$

α_0 は

$$\tan\alpha_0=\frac{\frac{rt_w}{2}\sin\beta\sin\alpha+F^u\sin\beta^u\cos\beta^u+F^0\sin\beta^0\cos\beta^0}{\frac{rt_w}{2}(\sin\alpha\cos\beta+\alpha)+F_u\cos^2\beta^u+F_0\cos^2\beta^0} \qquad ---(9)$$

剪断力の分布は $\tan 2\alpha_0=\dfrac{\nu\cos 2\beta^u-\cos 2\beta^0}{\sin 2\beta^0-\nu\sin 2\beta^u}$ 　 $\nu=\dfrac{\frac{F^0}{t_w}\cdot 2A\sin(\alpha_0-\beta^0)-C}{\frac{F_u}{t_w}2A\sin(\beta^u-\alpha_0)-C}$ ---(10)

と置いて

$$B=\frac{\frac{F^0}{t_w}2A\sin(\alpha_0-\beta^0)-C}{2\cos 2(\alpha_0-\beta^0)} \qquad ---(11)$$

と便宜的に定める事ができる。

計算例

図－2に示した工桁の曲げ応力度を求める。

働いている外力は

$$M=-2.0\times10^7\ \mathrm{kg\cdot cm} \quad S=1.2\times10^5\ \mathrm{kg}$$

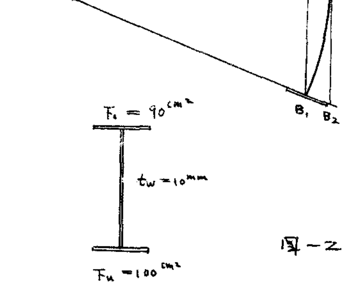
A_2，B_1 点において直応力度は

$$\sigma^0=915\ \mathrm{kg/cm^2}\ ,\ \sigma^u=919\ \mathrm{kg/cm^2}$$

定断面梁として求めると

$$\sigma^0=1{,}016\ \mathrm{kg/cm^2},\ \sigma^u=888\ \mathrm{kg/cm^2}$$

となる。



図－2