

I-22 伸縮部材をもつ立体ラーメンの影響線解法

(I. 円弧部材の場合)

九州大学工学部 正員 山崎 徳也

" 正員 太田 俊昭

日本国有鉄道 正員 O 緒方 義幸

(序言) ラーメンの影響線を求めるに、Müller-Breslauの原理を用いる解法は一般性とも非常に有用である。本研究は伸縮部材(円弧、放物線、山形等)をもつ平面ラーメンのみならず、表題のごとき立体ラーメンについて、影響線を求めるべく拡張考察したもので、例を円弧部材に限ったが、同一手法により、あらゆる立体ラーメンの影響線解法の手法をえるものとする。例を端モーメントにとり、他力も同様に得られることは直線ラーメンの場合と同様である。

[I] 平面ラーメンの影響線

(1) 円弧部材に関する基本的変位

(i) 単位モーメントによる変位: A端に単位モーメント $M_{AB}=1$ を受ける等断面円弧梁上の一点Cの変位を求める。(図-1参照) 任意点Pのモーメントは

$$\left. \begin{aligned} A \sim C: M &= M_{AB} - (H-X)y + (M_{AB} - bY + fx)\frac{x}{\ell} \\ C \sim B: M &= M_{AB} - (H-X)y + (M_{AB} - bY + fx)\frac{y}{\ell} - Y\xi + X\eta \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$$\text{ここに } H = \frac{m_0}{k_0} \frac{M_{AB}}{r} \dots (2)$$

C梁の水平、垂直変位はそれぞれ次式で得られる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{M_{AB}}^x &= \int_A^B \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial X} ds \Big|_{x=y=0} = \frac{f}{\ell} (m_0 a_0 - a_1 + m_1 a_2) + \left(\frac{m_0}{k_0} C_0 - C_1 + m_1 C_2 \right) \dots (3) \\ \delta_{M_{AB}}^y &= \int_A^B \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial Y} ds \Big|_{x=y=0} = \frac{b}{\ell} (m_0 a_0 - a_1 + m_1 a_2) + \left(\frac{m_0}{k_0} d_0 - d_1 + m_1 d_2 \right) \end{aligned} \right\}$$

次に M_{BA} によるC梁の変位 $\delta_{M_{BA}}$ は、円弧部材の対称性から、 M_{AB} による

C梁の対称点C'の変位 $\delta_{M_{BA}}$ に等しい。すなわち

$$\delta_{M_{BA}}^x = \delta_{M_{AB}}^x, \quad \delta_{M_{BA}}^y = -\delta_{M_{AB}}^y \dots (4)$$

(ii) 部材伸縮による変位: $M_{AB}=M_{BA}=0$ なる状態で、単位長さの部材伸縮

$\Delta_B=1$ を与える時、C梁の変位は式(2)の代りに $H = \frac{1}{k_0} \frac{EF}{\Delta_B}$ を用い、(i)と同様に

$$\delta_{\Delta}^x = \left(1 - \frac{C_0}{k_0} - \frac{a_0}{\ell} \frac{b}{\ell} \right), \quad \delta_{\Delta}^y = \frac{1}{k_0} \left(d_0 + a_0 \frac{b}{\ell} \right) \dots (5)$$

(iii) 部材回転角による変位: 単位部材回転角 $R=1$ を与える時のC梁の変位は幾何学的関係より

$$\delta_R^x = \ell, \quad \delta_R^y = -(\ell - b) \dots (6)$$

以上より AB 部材に $M_{AB}, M_{BA}, \Delta \ell$ および R が作用する時のC梁の変位は、それぞれ(3),(4),(5),(6)式を用いて

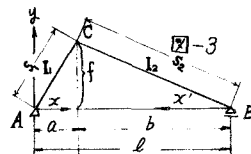
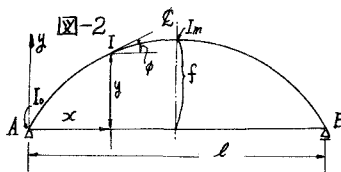
$$\delta_C^x = M_{AB} \delta_{M_{AB}}^x + M_{BA} \delta_{M_{BA}}^x + \Delta \ell \delta_{\Delta}^x + R \delta_R^x, \quad \delta_C^y = M_{AB} \delta_{M_{AB}}^y - M_{BA} \delta_{M_{BA}}^y + \Delta \ell \delta_{\Delta}^y + R \delta_R^y \dots (7)$$

(2) 放物線、山形部材に関する基本的変位:

(1)と同様に与えられるが、山形部材では $M_{BA}=1$ による変位を求めることも必要となる。(図-2, 図-3 参照)

結果を表-2に示す。

$$\frac{1}{I} \frac{\cos \phi}{I_m} [1 - \delta(1-2t)^2]$$



$$\text{但し } I_m, I_0: \text{拱頂および起拱点の慣性モーメント, } \delta = 1 - \frac{I_m}{I_0 \cos \phi_0}, t = \frac{x}{\ell}, t^2 = \frac{x^2}{\ell^2}, \phi = \frac{(I_0/I_m)}{(\ell/\delta)}$$

表-2

		水平方向 (X方向) 変位: δ^x		垂直方向 (Y方向) 変位: δ^y		係数
放物線部材	M_{AB}	$4\left\{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}\right)\frac{\delta^x}{L^2}\left(\frac{1}{4}t^4\right)-\frac{\delta^y}{L^2}\left[\frac{1}{3}t^2\left(\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{15}t^4-\frac{1}{3}t^4\right)\right]\right\}$		$-\left\{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{6}t^4\right)-\frac{\delta^y}{L^2}\left[\frac{1}{2}t^2+\frac{5}{6}\left(\frac{1}{3}t^2+\frac{1}{5}t^4\right)\right]\right\}$		$\frac{\delta L}{EI}$
	ΔL	$-10\left\{\frac{(1-\frac{5}{6})}{(1-\frac{5}{6})}\left[\frac{1}{12}t-\frac{1}{12}t^2-\frac{1}{6}\frac{\delta^x}{L^2}\left(\frac{1}{3}t^2-\frac{2}{15}t^4\right)\right]-\frac{\delta^y}{L^2}\left[\frac{1}{60}t^2-\frac{1}{6}\frac{\delta^x}{L^2}\left(\frac{1}{3}t^2+\frac{1}{15}t^4+\frac{1}{5}t^4-\frac{8}{15}t^4\right)\right]\right\}$		$+\frac{5}{2}\left\{\frac{(1-\frac{5}{6})}{(1-\frac{5}{6})}\left[\frac{1}{12}t-\frac{1}{12}t^2-\frac{1}{6}\frac{\delta^x}{L^2}\left(\frac{1}{3}t^2-\frac{2}{15}t^4\right)\right]-\frac{\delta^y}{L^2}\left[\frac{1}{6}\frac{\delta^x}{L^2}-\frac{5}{12}t^2+\frac{2}{15}t^4\right]\right\}$		L
	R	$4(1-t^2)^2$		$-(L/f)t$		f
	M_{BA}	$\frac{1}{12(k+1)}\left\{(3k+4)\left(\frac{1}{L}\right)t-6(k+1)\left(\frac{1}{L}\right)t^2+(3k+2)\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		AC間 $-\frac{1}{12(k+1)}\left\{(3k+4)\left(\frac{1}{L}\right)t-6(k+1)\left(\frac{1}{L}\right)t^2+(3k+2)\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		$\frac{\delta L}{EI}$
	BC間 $\frac{1}{12(k+1)}\left\{t\left(\frac{1}{L}\right)-\left(\frac{1}{L}\right)t^2\right\}$		BC間 $\frac{1}{12(k+1)}\left\{t\left(\frac{1}{L}\right)-\left(\frac{1}{L}\right)t^2\right\}$			
	AC間 $\frac{1}{12(k+1)}\left\{\left(\frac{1}{L}\right)t-\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		AC間 $-\frac{1}{12(k+1)}\left\{\left(\frac{1}{L}\right)t-\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$			
	BC間 $\frac{1}{12(k+1)}\left\{(4k+3)\left(\frac{1}{L}\right)t-6(k+1)\left(\frac{1}{L}\right)t^2+(2k+3)\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		BC間 $\frac{1}{12(k+1)}\left\{t\left(\frac{1}{L}\right)-(4k+3)\left(\frac{1}{L}\right)t-6(k+1)\left(\frac{1}{L}\right)t^2+(2k+3)\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$			
等辺山形部材 (山頂上)	M_{AB}	AC間 $\frac{k}{2(k+1)}\left\{\left[1+2\left(\frac{k+1}{k}\right)\left(\frac{1}{L}\right)t\right]\left(\frac{1}{L}\right)-\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		AC間 $-\frac{k}{2(k+1)}\left\{\left[1+2\left(\frac{k+1}{k}\right)\left(\frac{1}{L}\right)t\right]\left(\frac{1}{L}\right)-\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		L
	ΔL	BC間 $\frac{k}{2(k+1)}\left\{2(k+1)-1+2(k+1)\left(\frac{1}{L}\right)\left(\frac{1}{L}\right)t+\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		BC間 $-\frac{k}{2(k+1)}\left\{t\left(\frac{1}{L}\right)+1+2(k+1)\left(\frac{1}{L}\right)\left(\frac{1}{L}\right)t-\left(\frac{1}{L}\right)t^3\right\}$		
	R	AC間 $(L/f)t$		AC間 $-(L/f)t$		
		BC間 $(L/f)t$		BC間 $-(L/f)(1-t)$		
等辺山形部材 (山頂下)	M_{AB}	AC間 $\frac{1}{12}(7t^3-24t^2+20t^3)$		AC間 $-\frac{1}{24}(L/f)(7t^3-24t^2+20t^3)$		$\frac{\delta L}{EI}$
	ΔL	BC間 $\frac{1}{2}(3t-4t^3)$		BC間 $-\frac{1}{4}(L/f)(3t-4t^3)$		
	R	AC間 $2t$		AC間 $-(L/f)t$		
		BC間 $2t$		BC間 $-(L/f)(1-t)$		

(3) Müller-Breslauの原理の応用によるモーメントの影響線の算出。(図-4参照)

原理の把握を容易にするため直線材で概観する。

系1系:荷重 P がC車に作用し、A端に M_{AB} が生ずるたがりの状態(図-4a参照)

※2系: 荷重を除き、A系とセンジュに θ_A だけ回転させたにB系は固定する(図-4b参照)

次の系: センジを除き, B 系の拘束をとけば, C 系には $\frac{1}{2}$ 自由度を生ずる。(図-4c 参照)

以上の3系について仮想仕事の原理を用いると $M_{AB} \cdot \theta_A = P \cdot \Delta \therefore M_{AB} = \Delta \cdot \frac{P}{\theta_A}$

次に $P=1$ なる移動荷重を考え、 $\theta_A=1$ とすれば、図-4c の弾性線 $AC'B$ は M_{AB} の影響線と求すことが出来る。

(4) 端モータの影響線。説明の便宜上、図-5のごとき例を用い、 M_{AB} -lineを求める。

(ii) AB スパンのB 点を固定、A 端をセンジにて単位角 $\theta_1 = 1$ だけ回転させる。(時計まわりを正とする)

$$\therefore \left. \begin{aligned} M_{AB} &= EK(D_A \theta_A + D_B \theta_B - \frac{2}{\rho} R - \frac{\lambda}{\mu} \Delta l) + C_{AB} \\ M_{BA} &= EK(D_B \theta_A + D_A \theta_B - \frac{2}{\rho} R + \frac{\lambda}{\mu} \Delta l) + C_{BA} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} D_A &= \frac{1}{\rho} + \frac{\lambda}{\mu} \\ D_B &= \frac{1}{\rho} - \frac{\lambda}{\mu} \end{aligned} \quad \text{註 11.6.}$$

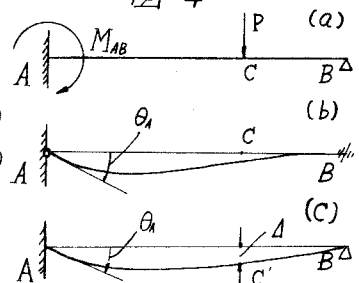
(ii) ヒンジを脱起り連結性を回復させ、拘束エナントをバランスする。この計算はエナント分配⁽¹²⁾により求められ、得られた $M_{AB}, M_{B\bar{B}}, \Delta B_{AB}, \dots$ および R (この例では 0) を前記 (7) オに代入すれば M_{AB} -line plot 算出される。結果を図-5C に示す。

(II) 円弧材をもつ直体テメンの影響線：図-6のとき直体テメンにおいて円弧部材の軸を含む面に垂直なる $P=1$ の移動荷重が働く場合の材端の曲げモーメントの影響線を求める。

(1) 基本の変位 (i) 糸糸: A端のY軸方向の伸びを δ とせん、A端のZ軸, B端のY軸, Z軸方向の回転を固定する。この糸により $M_{AC}^Y=1$ を加える時荷重点CのZ軸方向の変位を求める。

(図-7 参照) 円弧部材の立体773角式¹⁰⁾は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} M_{AB}^Y &= EK(\alpha^Y \theta_A^R + \beta^Y \theta_B^R + \gamma^Y \theta_A^t + \delta^Y \theta_B^t - C_1 R_{AB}) + C_{10}^Y \\ M_{BA}^Y &= EK(\beta^Y \theta_A^R + \alpha^Y \theta_B^R + \delta^Y \theta_A^t + \gamma^Y \theta_B^t - C_1 R_{AB}) + C_{10}^Y \\ M_{AB}^t &= EK(\gamma^t \theta_A^R + \delta^t \theta_B^R + \alpha^t \theta_A^t + \beta^t \theta_B^t - C_2 R_{AB}) + C_{20}^t \\ M_{BA}^t &= EK(\delta^t \theta_A^R + \gamma^t \theta_B^R + \beta^t \theta_A^t + \alpha^t \theta_B^t + C_2 R_{AB}) + C_{20}^t \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (\delta)$$



☒

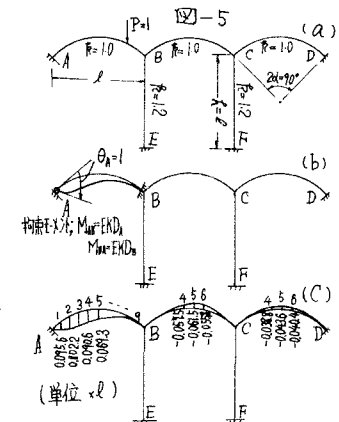
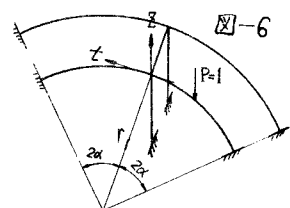


图-6



先ず M_{AB}^Y によって固定端に伝達されるモーメントは、(8)式から $M_{BA}^Y = \frac{\partial^Y}{\partial^X} M_{AB}^Y$, $M_{AB}^t = \frac{\partial^t}{\partial^X} M_{AB}^Y$, $M_{BA}^t = \frac{\partial^t}{\partial^Y} M_{AB}^Y$. また仮想荷重 P による固定端に生じるモーメントは

$$M_{BA}^r = \phi_1^r P r \quad M_{AB}^t = \phi_2^r P r \quad M_{BA}^t = \phi_3^r P r$$

ここに $\phi_1^r = C_{BA}^r - \frac{\partial^Y}{\partial^X} C_{AB}^r$, $\phi_2^r = C_{AB}^t - \frac{\partial^t}{\partial^X} C_{AB}^r$, $\phi_3^r = C_{BA}^t - \frac{\partial^t}{\partial^X} C_{AB}^r$ (但しこの場合 $Pr \equiv 1$ とする)

以上2つのモーメントを考慮して図-8よりA側のZ方向の反力を求めれば

$$F_A^Z = \frac{1}{2} \{ (M_{AB}^Y + M_{BA}^Y) \cot d - (M_{AB}^t - M_{BA}^t) \} - \frac{1}{2} (1 + \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}) P = Z_A^Y \cdot \frac{M_{AB}^Y}{r} + Z_P^Y \cdot P$$

ここに $Z_A^Y = \frac{1}{2} \{ (1 + \frac{\beta^Y}{\beta^r}) \cot d - (\frac{r^t}{\alpha^Y} - \frac{\delta^t}{\alpha^r}) \}$, $Z_P^Y = \frac{1}{2} \{ \phi_1^r \cot d - \phi_2^r + \phi_3^r (1 + \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}) \}$

一方任意点PのY, Z軸のモーメントは(8)式で表される。(図-8参照)

$$A \sim C: M^Y = M_{AB}^Y \cos(d-\theta) - M_{AB}^t \sin(d-\theta) - F_A^Z r \sin(d-\theta)$$

$$C \sim B: M^Y = M_{AB}^Y \cos(d-\theta) - M_{AB}^t \sin(d-\theta) - F_A^Z r \sin(d-\theta) - Pr \sin(\beta-\theta) \quad (9)$$

$$A \sim C: M^t = M_{AB}^Y \sin(d-\theta) + M_{AB}^t \cos(d-\theta) - F_A^Z r \{1 - \cos(d-\theta)\}$$

$$C \sim B: M^t = M_{AB}^Y \sin(d-\theta) + M_{AB}^t \cos(d-\theta) - F_A^Z r \{1 - \cos(d-\theta)\} - Pr \{1 - \cos(\beta-\theta)\}$$

以上のモーメントにより生ずるヒズミエネルギー W とすれば、

単位モーメント $M_{AB}^Y = 1$ によるC点の変位は(9)式で表される。

$$\delta_{M_{AB}^Y}^Z = \left[\frac{\partial W}{\partial P} \right]_{P=0} = \left\{ \phi_2^t \left[\left(f_0 - \frac{r^t}{\alpha^r} n_0 - Z_A^Y n_0 \right) K \{ f_0 + \frac{r^t}{\alpha^r} (n_0 + 2d) - Z_A^t i_0 \} \right] + Z_P^r \left[\left(f_0 - \frac{r^t}{\alpha^r} n_0 - Z_A^Y n_0 \right) K \{ g_0 + \frac{r^t}{\alpha^r} i_0 - Z_A^t j_0 \} \right] \right. \\ \left. + \left[f_1 - \frac{r^t}{\alpha^r} m_1 - Z_A^Y m_1 \right) K \{ g_1 + \frac{r^t}{\alpha^r} i_1 - Z_A^t j_1 \} \right] \right\} \times \frac{r^2}{EI} \quad (10) \quad \text{ここに } K = \frac{EI}{GJ}$$

(ii) 第2系: A端のt軸方向をヒンジにし、他を固定して M_{AB}^t を加えた系を考える。 $M_{AB}^t = 1$ なる場合のC点の変位を(i)と同様に

にて求め、これを $\delta_{M_{AB}^t}^Z$ とすれば

$$\delta_{M_{AB}^t}^Z = \left\{ \phi_2^t \left[\left(f_0 - \frac{r^t}{\alpha^r} (n_0 + 2d) + Z_A^t f_0 - K \{ f_0 + \frac{r^t}{\alpha^r} n_0 - Z_A^Y g_0 \} \right) \right] + Z_P^t \left[-n_0 - \frac{r^t}{\alpha^r} f_0 + Z_A^Y n_0 + K \{ i_0 + \frac{r^t}{\alpha^r} g_0 - Z_A^t j_0 \} \right] \right. \\ \left. + \left[-m_1 - \frac{r^t}{\alpha^r} f_1 + Z_A^t m_1 + K \{ i_1 + \frac{r^t}{\alpha^r} g_1 - Z_A^t j_1 \} \right] \right\} \times \frac{r^2}{EI} \quad (11)$$

ここに $\phi_1^t = C_{BA}^t - \frac{\partial^t}{\partial^X} C_{AB}^t$, $\phi_2^t = C_{AB}^r - \frac{\partial^r}{\partial^X} C_{AB}^t$

$$\phi_3^t = C_{BA}^r - \frac{\partial^r}{\partial^X} C_{AB}^t \quad (\text{但しこの場合 } Pr \equiv 1)$$

$$Z_A^t = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{r^Y}{\alpha^t} + \frac{\delta^r}{\alpha^r} \right) \cot d - (1 - \frac{\beta^t}{\alpha^t}) \right\}$$

$$Z_P^t = \frac{1}{2} \left\{ (\phi_2^t + \phi_3^t) \cot d + \phi_1^t - (1 + \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}) \right\}$$

(iii) 第3系: B端のY軸方向をヒンジにし、

他を固定して M_{BA}^Y を加えた系を考える。 M_{BA}^Y によるC点の変位 $\delta_{M_{BA}^Y}^Z$ は円弧部材の対称性から M_{AB}^Y によるC点の対称系C点の変位

$$\bar{\delta}_{M_{AB}^Y}^Z$$
 に等しい。符号を考慮すれば $\delta_{M_{BA}^Y}^Z = -\bar{\delta}_{M_{AB}^Y}^Z$

(iv) 第4系: B端のt軸方向をヒンジにし、他を固定して M_{BA}^t を加えた系を考える。 M_{BA}^t によるC点の変位 $\delta_{M_{BA}^t}^Z$ は円弧部材の対称性から M_{AB}^t によるC点の対称系C点の変位 $\bar{\delta}_{M_{AB}^t}^Z$ に等しい。 $\delta_{M_{BA}^t}^Z = \bar{\delta}_{M_{AB}^t}^Z$

(v) 第5系: 両端端にZ方向の変位 Δ_A^Z , Δ_B^Z と与える。この時C点の変位は(2)式で表される。 $\delta_A^Z = (\Delta_B^Z - \Delta_A^Z) \frac{b}{\ell}$

(2) M_{AB}^Y に関する影響線: ここに Müller-Breslau の原理を用いる。すなわち

(i) M_{AB}^Y からの影響系、すなわちA端にY軸方向に単位ヒンジを設け、他は全く固定する。この後に $\theta_A^Y = 1$ だけ回転させる。

次にヒンジを除去し固定を解いて連続性を回復させる。すなわち(8)式より拘束モーメント $M_{AB}^Y = EK \alpha^Y$, $M_{BA}^Y = EK \beta^Y$

$M_{AB}^t = EK \gamma^t$, $M_{BA}^t = EK \delta^t$ とモーメント分配法⁽³⁾によってパランスし、その結果得られたモーメントをそれぞれ

m_{AB}^Y , m_{BA}^Y , m_{AB}^t , m_{BA}^t 、変位を Δ_A^Z , Δ_B^Z とする。(図-9参照)

(ii) (i) の第1系から第4系における伝達される各モーメントの代数和を求める。これはとりもたず

m_{AB}^Y , m_{BA}^Y , m_{AB}^t および m_{BA}^t に相当する。

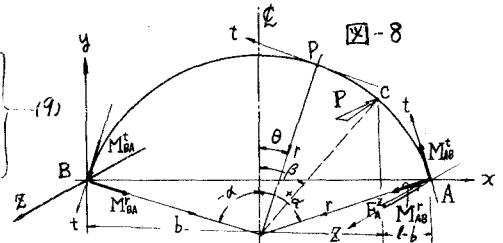
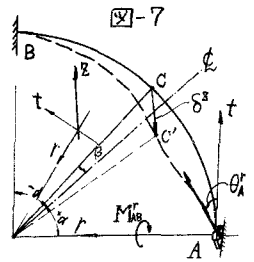
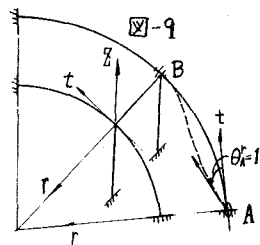


表-3

f_0	g_0	n_0
$\frac{1}{2} \sin^2 2d$	$-2 \sin^2 d$	$\frac{1}{4} \sin 4d - d$
$\frac{1}{2} (d+\beta) \sin(d+\beta) - \frac{1}{2} \sin(d+\beta) \sin 2d$	$\frac{1}{2} (d+\beta) \sin(d+\beta) + \frac{1}{2} \sin(d+\beta) \sin 2d + \cos 2d - \cos(d-\beta)$	
$\frac{1}{2} d - \frac{1}{2} \sin 2d (2 - \cos 2d)$	$\frac{1}{2} (d+\beta) \cos(d+\beta) + \frac{1}{2} \sin(d+\beta) \sin 2d - \sin 2d + \sin(d-\beta)$	
$\frac{1}{2} (4 - \cos 2d) \sin 2d - 3d$	$\frac{1}{2} \sin(d+\beta) \cos 2d - \frac{1}{2} (d+\beta) \cos(d-\beta)$	
$\frac{1}{2} \sin(d+\beta) (d+\beta) + \sin 2d - \sin(d-\beta) - \frac{1}{2} (d+\beta) \cos(d-\beta) - \frac{1}{2} \sin(d+\beta) \cos 2d$		

すなわち

$$\left. \begin{aligned} M_{AB}^r + \frac{\beta^r}{\alpha^r} M_{BA}^r + \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{AB}^t + \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{BA}^t &= m_{AB}^r \\ \frac{\beta^r}{\alpha^r} M_{AB}^r + M_{BA}^r + \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{AB}^t + \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{BA}^t &= m_{BA}^r \\ \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{AB}^r + \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{BA}^r + M_{AB}^t + \frac{\beta^t}{\alpha^t} M_{BA}^t &= m_{AB}^t \\ \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{AB}^r + \frac{\delta^r}{\alpha^r} M_{BA}^r + \frac{\beta^t}{\alpha^t} M_{AB}^t + M_{BA}^t &= m_{BA}^t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$



(12)式を連立に解いて $M_{AB}^r, M_{BA}^r, M_{AB}^t, M_{BA}^t$ を求めると

$$\begin{Bmatrix} M_{AB}^r \\ M_{BA}^r \\ M_{AB}^t \\ M_{BA}^t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} & \varphi_{24} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} & \varphi_{34} \\ \varphi_{41} & \varphi_{42} & \varphi_{43} & \varphi_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{AB}^r \\ M_{BA}^r \\ M_{AB}^t \\ M_{BA}^t \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\text{ここに} \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} & \varphi_{24} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} & \varphi_{34} \\ \varphi_{41} & \varphi_{42} & \varphi_{43} & \varphi_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\beta^r}{\alpha^r} & \frac{\delta^r}{\alpha^r} & \frac{\delta^r}{\alpha^r} \\ \frac{\beta^r}{\alpha^r} & 1 & \frac{\delta^r}{\alpha^r} & \frac{\delta^r}{\alpha^r} \\ \frac{\delta^r}{\alpha^r} & \frac{\delta^r}{\alpha^r} & 1 & \frac{\beta^t}{\alpha^t} \\ \frac{\delta^r}{\alpha^r} & \frac{\delta^r}{\alpha^r} & \frac{\beta^t}{\alpha^t} & 1 \end{bmatrix}$$

(iii) (13)式によって算出される $M_{AB}^r, M_{BA}^r, M_{AB}^t, M_{BA}^t$ と(11)の第1系~第5系の基本的変位を用いて所要の変位を求めると次式となる。

$$\delta_C^z = M_{AB}^r \delta_{M_{AB}^r}^z - M_{BA}^r \delta_{M_{BA}^r}^z + M_{AB}^t \delta_{M_{AB}^t}^z + M_{BA}^t \delta_{M_{BA}^t}^z + \delta_A^z \quad (14)$$

(3) 計算例: 図-10のごとき円弧部材をもつ立体ラーメンを例にとり M_{ab} -line を算出する。

(手法および記号は図本のごとし)

円弧部材の7ツミ角式の形状係数は、 $d=30^\circ$ の場合は次の値となる。

$$d^r = 3.6474, \beta^r = 2.0796, \delta^r = -0.9617, \delta^r = 0.05655$$

$$\alpha^t = 2.3518, \beta^t = -1.8272, \gamma^t = -0.9617, \delta^t = 0.05655$$

$$\alpha^z = D_A = 8.7989, \beta^z = D_B = -3.0189$$

次に拘束モーメントは $M_{a,b}^r = 3.4930, M_{b,a}^r = 1.9859, M_{a,b}^t = -0.9184, M_{b,a}^t = -0.0540$ (単位: $\frac{EI}{Y}$)

モーメント分配法によるバランス計算の結果 a, b 部材の $m_{a,b}^r = 3.0889, m_{b,a}^r = 1.2947, m_{a,b}^t = -0.9311, m_{b,a}^t = -0.0377$ を得る。

一方マトリックス $\{\varphi\}$ は次のごとく求まる。

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \varphi_{14} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} & \varphi_{24} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} & \varphi_{34} \\ \varphi_{41} & \varphi_{42} & \varphi_{43} & \varphi_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.8137 & -0.8934 & 1.1266 & 0.4673 \\ -0.8934 & 1.8137 & 0.4673 & 1.1266 \\ 0.7670 & 0.3891 & 3.5786 & 2.9241 \\ 0.3891 & 0.7670 & 2.9241 & 3.5786 \end{bmatrix}$$

よって(13)式より $M_{AB}^r \sim M_{BA}^t$ を算出すれば

$$M_{AB}^r = 3.379, M_{BA}^r = -0.8891 \quad (\times \frac{EI}{Y})$$

$$M_{AB}^t = -0.5672, M_{BA}^t = -0.6624 \quad (\times \frac{EI}{Y})$$

を得る。

一方(10)、(11)式によって算出される δ (表-4参照)を用い

(14)式より M_{ab} -line の ordinate を計算すれば

図-11のごとくなる。

$M_{a,b}$ -line, $M_{b,a}$ -line, $M_{b,a}^t$ -line およびその他の影響線

についても、同一手法により容易に解かれる。

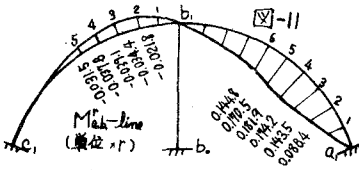


表-4 単位: $\frac{EI}{Y} \times 10^3$

	$\delta_{M_{AB}^r}^z$	$\delta_{M_{BA}^r}^z$
-30°	0.00	0.00
-24°	0.76	-0.10
-18°	10.15	-0.38
-12°	20.03	-0.68
-6°	30.53	-0.93
0	39.65	-1.05
+6°	45.44	-1.01
+12°	46.03	-0.80
+18°	39.65	-0.48
+24°	24.81	-0.16
+30°	0.00	0.00

[結語] 以上の平面および立体の影響線解法を併用すれば、3次元荷重を受ける円弧部材をもつ立体ラーメンの影響線を求めることができる。

参考文献 (1) 山崎太田 “円弧部材を含む立体ラーメンの解法” 土木学会第17回年次学術講演会概要、昭37年5月

(2) 山崎太田 “Kaniの新拡張法(1) (伸縮部材を含む平面ラーメンの解法)” 土木学会第18回年次学術講演会概要、38年5月

(3) 山崎太田 “Kaniの新拡張法(2) (立体直線ラーメンの解法)” 土木学会第18回年次学術講演会概要、38年5月