

I-17 長径間ラーメン橋桁の解法、特に未知量の単独算定法について

大阪工大 正員 工博 重松 憲

本大は節点変位の生ずるラーメン構造についてその変位の値を strain energy の連立条件式から各自単独に算出する方法を述べ、その解法例として簡単にラーメン橋桁をとるものである。一般にラーメンの弾性変形として取扱われる節点角(θ)と節点変位(R)のうち、高戸架構のように水平横力をうけるものでは R と θ が同時に生じるから、 R との関係における θ を、更に R の値を求めればよいことになる。この方法についてはさきに述べたことがあるが(第17回年次学術講演会; 弾性変形の展開による多間多ラーメンの解法)ここでは更に進歩した研究結果を報告したいと思う。

		a'	b'		
θ	A	a	b	c	d
			b''		

1) 節点に加えられる“単位モーメント”による節点角($K\phi$)

右図のラーメンを参照して次の記号の表わす算式を求める。

M_{ab} : 材端 a に単位回転角を生ぜしむべきモーメント

M_{ra} : 剛節点 a のまわりに単位回転角を生ぜしむべきモーメント

M_{b-ba} : 部材 ba を除き、節点 b に単位回転角を生ぜしむべきモーメントの値

参照 $M_b = M_{ba} + M_{bc} + M_{bb'} + M_{bb''} = M_{ba} + M_{b-ba}$

一般に、 $6K_{ab}\theta_a = 2M_{ab} - M_{ba} \dots (A)$, $6K_{ab}\theta_b = 2M_{ba} - M_{ab} \dots (B)$, $M_{ab} = 2K_{ab}(2\theta_a + \theta_b) \dots (C)$
式(A)に $\theta_a M_{ab} = M_{ab}$ を、及び式(B)に $-\theta_b M_{b-ba} = M_{ba}$ を代入することにより、次式(1)をまた式(C)に $\theta_a M_{ab} = M_{ab}$ を代入することにより、次式(3)が導かれる。

$$M_{ab} = 4K_{ab} \frac{(3K_{ab} + M_{b-ba})}{4K_{ab} + M_{b-ba}} = \frac{6K_{ab}}{2 - M_{ba}/M_{ab}} \dots (1)$$

単位モーメントによる θ_a の値及びその周辺節点への伝達率、例えば a から b への伝達率 M_{ab} は

$$\theta_a = 1/M_{ra} \dots (2) \quad M_{ab} = -2 + M_{ab}/2K_{ab} \dots (3)$$

M_{ab} の計算には M_{b-ba} を ∞ (或は 0) とするものを 1 次とし、3 次まで及ぼせば十分であろう

2) 格間変位(R)の算定

未知量としての R_{ab} に対しては $M_{ab} = -6K_{ab}R_{ab} = M_{ba}$ により材端モーメント R_{ab} をよえて a, b 各点の回転角 θ_a, θ_b 及びその周辺節点への伝達値 $M\theta$ を求め

$lS_{ab} = -(M_{ab} + M_{ba}) = -6K_{ab}(\theta_a + \theta_b) + 12K_{ab}R_{ab}$ により各格間の R に関する弾性連立式を成立せしめる。これに対しては普通の連立式解法によることよく次の例解に示すようにエネルギーの単位要素の理論及びそれらの相互作用の理論により任意の R を単独に算出する。

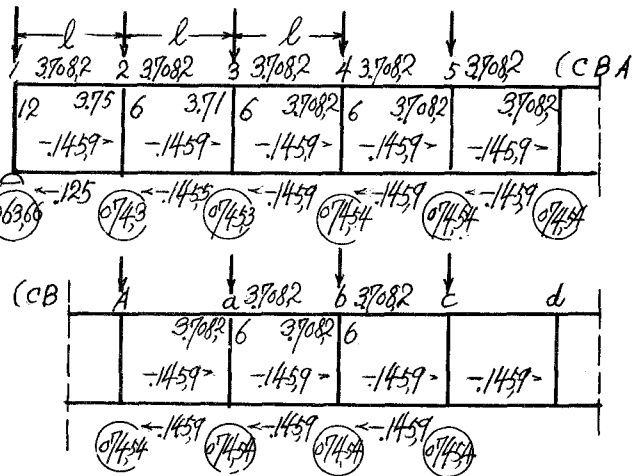
3) 例解

次の図形で示す多格間ラーメン桁における垂直格間変位 R の解法

ここに桁の外側柱の剛性を $2K$, 他の總ての部材のそれる K とする。垂直荷重を節点荷重とす

ることにより構造の弾性変形は中央水平軸に関して対称にある。

図に $m_{12}, m_{21} \dots m_{ab} \dots$ 及び $M_{12}, M_{21} \dots M_{ab} \dots$ (矢印で方向を示す) の値を記入し $K\theta$ の値を便宜上、下弦節点にする。節点 4 から右方の節点までの各係数はすべて同値にある。 $R_{12}, R_{23} \dots$ と $M = -6KR$ によって材端モーメントとして与え各節点の回転角 θ の値を求める。



$K\theta_1$	$K\theta_2$	$K\theta_3$	
$KR_{12}(.326,294)$	$.390,074$	$-.056,928$	$-.008,306 \dots$
$KR_{23}(-.047,59)$	$.380,738$	$.382,13$	$-.055,76 \dots$
$KR_{34}(.006,947)$	$-.055,57$	$.381,93$	$.381,99 \dots$
$KR_{45}(-.001,86)$	$.008,107$	$-.055,73$	$.381,99 \dots$

各間剪断力を
 $lS = -(M_{12} + M_{21})$
 $= -6K(\theta_1 + \theta_2) + 12KR_{12}$
 により計算して次の連立条件式

Panel 12	23	34	45
$KR_{12}(.7702)$	-1.999	$.291,73$	$-.041,53 \dots$
$R_{23}(-1.999)$	$.7422,7$	$-1.958,2$	$.285,73 \dots$
$R_{34}(.2917)$	$-1.958,2$	$.7416,4$	$-1.957,7 \dots$
$R_{45}(-.0415)$	$.285,7$	$-1.957,7$	$.7416,1 \dots$
$= \frac{1}{2}Q_{12}$	$-.041,53$	$.285,6$	$-1.957,6 \dots$
$= \frac{1}{2}Q_{23}$		$.285,6$	$\dots$

Panel ab	Panel cd
$KR_{ab}(.285,6)$	$-.040,45$
$R_{ba}(-1.957,6)$	$.285,6$
$R_{aa}(.7416,1)$	$-1.957,6$
$R_{ab}(-1.957,6)$	$.7416,1$
$R_{bc}(.285,6)$	$-1.957,6$
$R_{cd}(-.040,45)$	$.285,6$
$R_{de}(-.040,45)$	$.285,6$
$= \frac{1}{2}Q_{ab}$	$-.040,45$
$= \frac{1}{2}Q_{cd}$	$.285,6 \dots$

i) KR_{ab} の算定

Strain energy の逐次伝達による対称配列式に対して次の方法が考えられる。Panel ab と cd の関係として単位剪断力により cd に生じる KR_{cd} の値は主項 $.7416,1$ の逆数 $.134,8$ であるから剪断力 $.285,6 KR_{ab}$ によって生じる cd の弾性変位は $(.134,8)(.285,6) KR_{ab}$ であり、これが ab に $(.134,8)(.285,6)^2 KR_{ab}$ を与える。他の Panel との関係も同様であり、次の計算式が成立する。

$$(.134,8) \{ (-.040,45)^2 - 7(.285,6)^2 - (.1,957,6)^2 + .7416,1 - (.1,957,6)^2 + (.285,6)^2 - (.040,45)^2 \} KR_{ab} = \frac{1}{2}Q_{abl}$$

$$KR_{ab} = .078,07 Q_{abl}, KR_{bc} = (.134,8)(.1,957,6) KR_{ab} = .020,61 Q_{abl}, KR_{cd} = .003, Q_{abl}, KR_{de} = .000,43 Q_{abl}$$

$$\therefore KR_{ab} = .078,07 Q_{abl} + .020,61 (Q_{bc} + Q_{cd})l + .003, (Q_{cd} + Q_{de})l + .000,43 (Q_{de} + Q_{ce})l$$

ii) KR_{12} の算定

前記と同じ理により、 $\{ .7702 - (.134,8)(1.999)^2 + (.134,8)(.291,73)^2 - (.134,8)(.041,53)^2 \} KR_{12} = \frac{1}{2}Q_{12l}$

$$KR_{12} = .069,65 Q_{12l}, KR_{23} = .018,77 Q_{23l}, KR_{34} = .002,74 Q_{24l}, KR_{45} = .000,39 Q_{22l}$$

$$\therefore KR_{12} = .069,65 Q_{12l} + .018,77 Q_{23l} + .002,74 Q_{24l} + .000,39 Q_{25l}$$