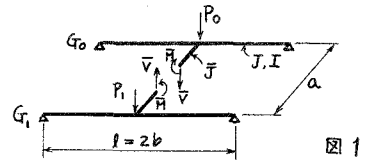


I-12 主桁の捩り剛性を考慮した格子桁の研究

大阪大学 正員 安宅 勝
 全上 " 〇波田 凱夫
 日本道路公団 " 越田 昭
 大阪市役所 " 西田 允俊

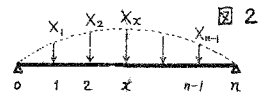
主桁の捩り剛性を考慮した格子桁につき、理論的並びに実験的に研究を行い、一応の成果を得たので、その概要を報告する。図1に示す桁は主桁一横桁の格子桁を考えると、静定基本系としては横桁中点で切断したものとなり、ここに働く不静定量 $\bar{V}, \bar{M}$ を計算すればよい。この $\bar{V}$ 及び $\bar{M}$ は、切断点におけるたわみ及びたわみ角の連続性から次の様に求められる。



$$\bar{M} = 0, \quad \bar{V} = \frac{2(P_1 - P_0)}{4 + 6\rho + 2q} \quad \left(\text{but } \rho = \frac{l}{a} \cdot \frac{EI}{GI}, \quad q = \left(\frac{l}{a} \right)^2 \frac{J}{I}, \quad \mu = 1 - \tan^2 \frac{\lambda l}{2} / \frac{\lambda l}{2}, \quad \lambda^2 = \frac{GI}{EC\omega} \right) \quad (1)$$

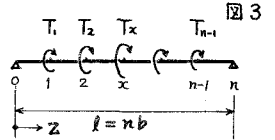
次に、主桁一横桁の場合も、同様の考えから不静定量を求めることができるが、この場合には、格点荷重を、対称の場合と、逆対称の場合に分けて考えれば、計算が簡単である。(計算式省略) 勿論、上記の計算は、主桁の曲げ捩り剛性 $EC\omega$ を考慮したものであって、この影響がない場合、即ち単純桁と考える場合には、上式で $\mu = 1$ とする。

さて、この様にして、一本横桁の解が求められたならば、これを、二本以上の横桁をもつ一般の格子桁の場合に拡張することは、相似荷重群の考え方を以てすれば容易である。まず、格点の鉛直荷重に対する相似荷重群としては、図2に於いて、 $\sin(r\pi x/n)$ ($r=1, 2, \dots, n-1$) が存在することは周知の通りであるが、いま格点荷重が、 $X_x = X_r \sin(r\pi x/n)$ なる分布をするとするとき、各格点のたわみを、 $\delta_x = \delta_r \sin(r\pi x/n)$ とおけば、係数 X_r と δ_r の間には次の関係がある。



$$\delta_r = X_r \lambda^3 / 48EI \quad \therefore \quad \delta_r = 8 \{ 4 + 2 \cos(r\pi/n) \} / 4n^3 \{ 1 - \cos(r\pi/n) \}^{1/2} \quad (2)$$

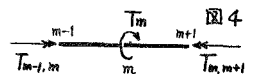
従ってもし、任意の格点荷重 P が、相似荷重群で展開され、 $P = \sum_r X_r \sin(r\pi x/n)$ とすると、このときの格点のたわみ δ_x は、 $\delta_x = \sum_r \delta_r \sin(r\pi x/n)$ となり、 δ_r と X_r の間には2つの関係が存在する。次に、図3の様に格点に外カトルクが分布する場合を考える。



格点 $m-1, m$ の間においては、捩りモーメントは一定であるから曲げ捩りの方程式は、 $GI\varphi'' - EC\omega\varphi''' = 0$ (φ はねじり角) とする。これを、 $z=0$ に $\varphi = \varphi_{m-1}$, $\varphi' = \varphi'_{m-1}$, $z=b$ に $\varphi = \varphi_m$, $\varphi' = \varphi'_m$ なる条件のもとで解き、格点 m の左側及び右側における“さり”の連続条件 $(\varphi'_m)_l = (\varphi'_m)_r$ を用いると、結局 φ_m と φ'_m の間には次の関係があることがわかる。

$$-\varphi'_{m-1}(1 - \lambda b / \sinh \lambda b) + 2\varphi'_m(1 - \lambda b \coth \lambda b) - \varphi'_{m+1}(1 - \lambda b / \sinh \lambda b) = -\lambda^2(\varphi_{m-1} - 2\varphi_m + \varphi_{m+1}) \quad (3)$$

更に、図4において、外カトルク T_m とねじりモーメント $T_{m-1,m}$, $T_{m,m+1}$ の釣合より、 $T_m, \varphi_m, \varphi'_m$ の間の関係式が得られる。即ち、



$$T_m = T_{m-1, m} - T_{m, m+1} = \{-GI(\varphi_{m-1} - 2\varphi_m + \varphi_{m+1}) + EC_w(\varphi_{m-1}'' - 2\varphi_m'' + \varphi_{m+1}'')\} / b \quad (4)$$

こゝで、与えられた外力トルク T_m による格梁のねじり角 φ_m を求めるため、両 $\varphi, T_m, \varphi_m, \varphi_m''$ を相似荷重群で展開し、 $T_m = \sum_r T_r \sin(r\pi m/n)$, $\varphi_m = \sum_r \varphi_r \sin(r\pi m/n)$, $\varphi_m'' = \sum_r \varphi_r'' \sin(r\pi m/n)$ とおき、これらに 3), 4) を代入して、係数 φ_r を求めると、結局次式の如くなる。

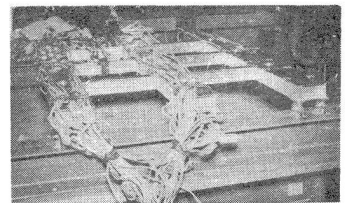
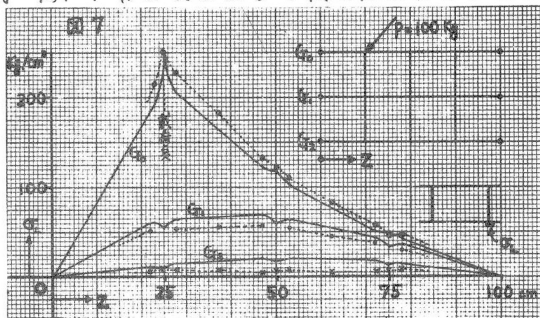
$$\varphi_r = \frac{Trl}{4GI} \mu_r \quad \text{よって} \quad \mu_r = \frac{2}{n} \cdot \frac{b\lambda(\cosh \lambda b - \cos \frac{r\pi}{n}) - \sinh \lambda b(1 - \cos \frac{r\pi}{n})}{\lambda b(1 - \cos \frac{r\pi}{n})(\cosh \lambda b - \cos \frac{r\pi}{n})} \quad (5)$$

さて、図5の様には多数の横桁をもつ格子桁の予静定量 $\bar{V}_x, \bar{M}_x$ を求めるに於ては、格梁荷重 P 、及び予静定量 $\bar{V}_x, \bar{M}_x$ のすべてを相似荷重群で展開し、 $P = \sum_r P_r \sin(r\pi x/n)$, $\bar{V}_x = \sum_r V_r \sin(r\pi x/n)$, $\bar{M}_x = \sum_r M_r \sin(r\pi x/n)$ とおくと、主桁は、鉛直荷重 P 及び $\bar{V}_x$ ($x=1, 2, \dots, n-1$) とトルク $a\bar{V}_x/2 - \bar{M}_x$ を受けることに於て、これらの外力による横桁切断梁のたわみ及びたわみ角は、2), 5) 式に従って容易に計算することが出来る。この様にして得られた変位量の、横桁切断梁における連続性より、未知の係数 V_r, M_r を以下の如く求めることが出来る。

$$M_r = 0 \quad (\text{従って} \bar{M}_x = 0) \quad V_r = \frac{q_r(P_r - P_0)}{4 + 6p_r + 2q_r} \quad \left(\text{但し} p_r = \frac{l}{a} \cdot \frac{EI}{GI} \mu_r, q_r = \left(\frac{l}{a}\right)^3 \cdot \frac{J}{J'} \cdot \gamma_r \right) \quad (6)$$

この式は、一本横桁の場合の式(1)の p, q, P, P_0 の代りに p_r, q_r, P_r, P_0 を用いたものに他ならず、これから容易に V_r 、従って $\bar{V}_x$ を計算することが出来る。三本主桁の場合も同様にして一本横桁の場合に相当する式を得る。

我々は、上記の理論に従って、模型実験を行った。模型は厚さ 0.16 cm の真鍮板製で、組立はすべて、ハンダ又はビス、ナットによって行われている。断面形は図6に示されている。尚、支間 $l = 100 \text{ cm}$ 、主桁中心間隔 $a = 30 \text{ cm}$ 、格間長は、三横桁の場合 $b = 25 \text{ cm}$ 、一横桁の場合 $b = 50 \text{ cm}$ となつてゐる。図7は、断面内の一梁の応力 σ の支間方向の分布状態を示す。実線が計算値、破線が実験値である。図より明らかになる様に、実験値と理論値は、ほぼ満足できる程度に合致してゐるが、荷重の分配状態は、わずかに載荷桁において過大である。尚、たわみ及びねじり角の値は非常に良好な一致を示した。その他の詳しい実験結果は講演時に述べる予定である。



主桁 横桁
(何れも軸対称断面)

