I－7　長径間トラス橋の横倒れ挫屈について

東京大学工学部　正員　平井　敦
東京大学大学院　正員　○深沢泰晴

I．まえがき

トラス高Hの主構間隔Bに対する割合H/Bが大きいと，トラス橋全体が一体となったまま，あたかも梁の横挫屈のように，横方向に挫屈を起す可能性が生じてくる。従来は一般に，$H/B \leq 2$ が横方向の安定条件として，設計上一応の目安となってきたようであるが確たる理論的根拠に基づくものではない。ところが特殊なトラス橋，例えばスパンが非常に大きい場合，あるいは橋梁巾員が極度に狭い林道橋のような場合等では，上記のH/Bの値はかなり大きくなり，当然このような安定問題の理論的解明が必要となってくる。またこの種の問題は，最近の傾向である高張力鋼の使用との関連性においても，重要な意味をもってくるものである。こゝでは，ごく簡便な計算方法によって，概算的にトラス橋の横方向の弾性安定度を検討した結果について述べる。

II．トラス橋の横倒れ挫屈荷重

等分布荷重 w とスパン中央集中荷重 P とが同時に作用する場合のトラス橋の横倒れ挫屈荷重は，梁の横挫屈の場合と違った次式の形で表現するのが便利である：

$$w_{cr} = k\frac{EI}{\ell^3} \qquad \left(梁の場合には通常\quad w_{cr} = m\frac{\sqrt{EI \cdot GK}}{\ell^3} \right) \quad \cdots\cdots (1)$$

k は無次元量 $\alpha = GK/EI$，$\beta = EC_w/EI\ell^2$，$\nu = P/w\ell$ を変数とする挫屈係数である。こゝでもちろん，EI，GK，EC_w はトラス橋全体としての換算剛性であり，それぞれ次式によって計算できる；

横曲げ剛性　$EI = \frac{1}{2}EB^2(F_o + F_u)$　；　捩れ剛性　$GK = 4B^2H^2/[2H/t_V + B(1/t_H^o + 1/t_H^u)]$

曲げ捩れ剛性　$EC_w = \dfrac{1}{8}EB^2H^2 \cdot \dfrac{F_o^2 + 6F_o \cdot F_u + F_u^2}{F_o + F_u} \cdot \dfrac{(B/t_H - H/t_V)^2}{(B/t_H + H/t_V)^2}$　（$t_H = t_H^o = t_H^u$ の場合）

こゝに，F_o，F_u はそれぞれ上弦材，下弦材の断面積，t_V，t_H はそれぞれ主構および上下横構の換算板厚である。

III．横方向の安定条件

等断面でしかも $F = F_o \doteqdot F_u$ とすると，トラス橋の横倒れ挫屈荷重に対応するスパン中央部の弦材応力 σ_{cr} は

$$\sigma_{cr} = \frac{1}{16}k(1+2\nu)\frac{EB^2}{H\ell}$$

で表わされる。したがって，材料の降伏点応力を σ_y，これに対する設計安全率を f_y，更に横倒れ挫屈に対する安全率を f_{cr} とすると，トラス橋の横方向の安定条件として次式がえられる：

$$\boxed{\frac{H}{B} \leq \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}} \cdot \frac{kE(1+2\nu)}{16\sigma_y} \cdot \frac{H}{\ell}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(2) 式の右辺において，H/ℓはトラス橋の経済性より定まり，通常 $H/\ell = 1/10 \sim 1/6$ である。したがって右辺の未知量はkのみである。

IV. 挫屈係数kの値

2，3 %までの誤差を許すならば，挫屈係数kは四点支持のトラス橋の場合次式で計算できる：

$$k = \sqrt{\frac{1}{4}\frac{\bar{a}^2(1+2\nu)^2}{C^2} + \frac{\pi^2\bar{\alpha}}{C}} - \frac{\bar{a}(1+2\nu)}{2C}$$

$$C = (1+\nu)^2\left(\frac{1}{48}+\frac{1}{8\pi^2}\right) - 2(1+\nu)\left(\frac{1}{128}+\frac{3}{32\pi^2}-\frac{3}{8\pi^4}\right) + \left(\frac{1}{320}+\frac{1}{16\pi^2}-\frac{3}{8\pi^4}\right)$$

こゝに，aをトラス橋の換算断面のセン断中心と荷重作用点との距離とすると，$\bar{a} = a/\ell$ であり，上下対称であれば，$\bar{a} = H/2\ell$ となる。また，$\bar{\alpha}$はαとβとを一諸にまとめてあらたに導入した無次元量であり

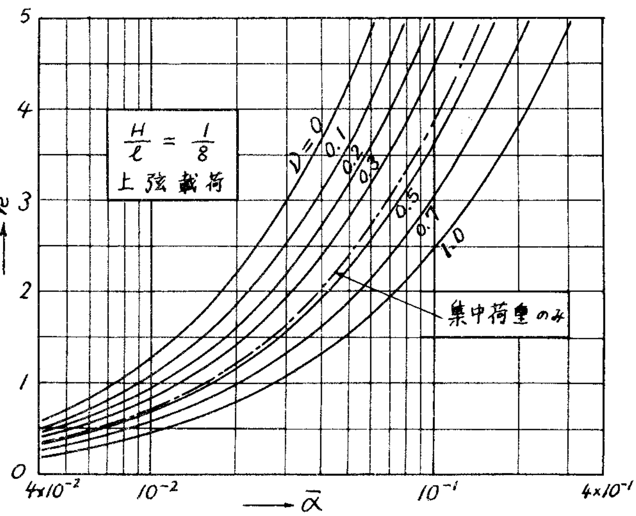
$$\bar{\alpha} = \alpha + \pi^2\beta = \frac{GK}{EI} + \frac{\pi^2 EC_w}{EI\ell^2}$$

あるいは，

$$\bar{\alpha} = \frac{G\bar{K}}{EI} \;;\; G\bar{K} = GK + \frac{\pi^2}{\ell^2}EC_w$$

と書くことができるものである。

$H/\ell = 1/6,\ 1/8,\ 1/10$ の各場合の上弦載荷，下弦載荷に対し，$\bar{\alpha}$とνをパラメータとして変化させてkの値を計算した。一例を右図に示す。



V. むすび

横方向の安定性が問題になるような細長いトラス橋について，実際計算を行なった結果，$\bar{\alpha}$の値は大略 $4\times10^{-2} \sim 10^{-1}$ 程度であることがわかった。いまちなみに，概算を行なってみよう。下限をとって，$\bar{\alpha} = 4\times10^{-2}$，$H/\ell = 1/8$，$\nu = 0.03$ とすると，上弦載荷，中心載荷，下弦載荷に対してkの値はそれぞれ 3.5，5.3，8.4 となる。$f_y = 1.8$，$f_{cr} = 3.5$ とし，また SS41, SM41 に対し $\sigma_y = 2300\ \mathrm{kg/cm^2}$，SM50 に対し $\sigma_y = 3300\ \mathrm{kg/cm^2}$ とすれば，(2) 式の安定条件として右表がえられる。もちろんこれらは決定的なものではなく，概略計算の一例に過ぎない。$\bar{\alpha}$の変化に応じて，kはかなり変化するので，トラスの腹材等の強化によって，安定条件としてのH/Bの制限はかなり上昇する。

載荷位置 ＼ 材質	SS41, SM41	SM50
上弦載荷	$H/B \leq 3.7$	$H/B \leq 3.1$
中心載荷	$H/B \leq 4.5$	$H/B \leq 3.8$
下弦載荷	$H/B \leq 5.7$	$H/B \leq 4.8$

とはいえ，これらの計算によって，トラス橋設計上の一応の目安はえられたと思う。

なお，厳密には，トラスの各パネル毎の断面の変化を考慮した計算を行なわなければならないことは云うまでもないが，これについてはこゝでは紙面の都合上省略しなければならないのは残念である。