

I - 3 塑性ヒンジを考慮した骨組構造物の解

鉄道技術研究所 正員 大地 羊 三

まず与えられた骨組構造物を、中間に塑性ヒンジを含まない部材片に、切断する。切断された各部材の材端に於ける、変位と断面力との間には、次の関係式が成立つ。

$$(Q_m) = [k] (X_m) \text{ ----- (1)}$$

但し $[k]$ = 剛性マトリックス (STIFFNESS MATRIX)

(Q_m) = 各部材の材端断面力 (曲げモーメントを含む) を表わす列ベクトル。

(X_m) = 各部材の材端変位 (角変位を含む) を表わす列ベクトル。

又節点毎に釣合条件式を立てると、次式が得られる。

$$[a](Q_m) = (Q_p) \text{ ----- (2)}$$

但し $[a]$ = 釣合条件式の係数行列 (TRANSFER MATRIX)

(Q_p) = 各節点に作用する外力 (モーメントを含む) を表わす列ベクトル。

更に部材端の変位と節点の変位との間の適合条件は、次式で表わす事が出来る。

$$(X_m) = [\tilde{a}](X_p) + (\varepsilon_m) \text{ ----- (3)}$$

但し (X_p) = 各節点の変位 (角変位を含む) を表わす列ベクトル。

(ε_m) = 部材端と節点の相対変位を表わす列ベクトル。

$[\tilde{a}]$ = $[a]$ の転置行列

上記の (1)、(2)、(3) 式を組合せると、塑性ヒンジを考慮した骨組構造物の解を求めるための基本式として、次の 2 式が得られる。

$$(Q_p) = [a k \tilde{a}](X_p) + [a k](\varepsilon_m) \text{ ----- (4)}$$

$$(Q_m) = \underbrace{[k \tilde{a}](X_p)}_{(Q_{me})} + \underbrace{[k - \hat{k}](\varepsilon_m)}_{(Q_{mp})} + \underbrace{[\hat{k}](\varepsilon_m)}_{(Q_r)} \text{ ----- (5)}$$

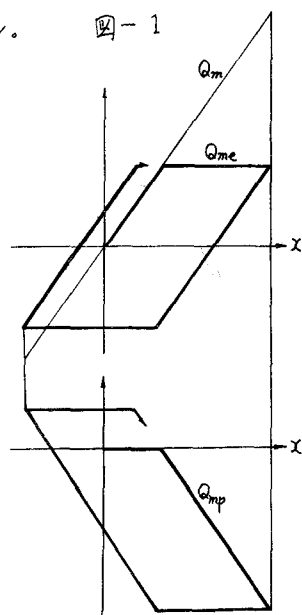
但し $[\hat{k}]$ = $[k]$ の対角元素のみを取り出した対角行列。

(Q_{me}) = 塑性ヒンジが生じないと仮定したときの断面力。

(Q_{mp}) = 塑性ヒンジが発生したために補正しなければならない断面力。

図-1 に (Q_m) 、 (Q_{me}) 、 (Q_{mp}) の関係を示す。(5) 式の (Q_m) は塑性モー

メント (Q_r) をこえる事が出来ない。この (Q_r) は必ずしも一定である必要はなく、たとえば (X_p) の関数であつても差支えないが、簡単のために図-1 の如く一定であると仮定すると、



(5)式は次の如く書き変えられる。

$$\left. \begin{aligned} (Q_m) + (\Delta Q_{me}) > (|Q_y|) \text{ ならば } (Q_m) + (\Delta Q_m) &= (|Q_y|) \text{ or } (\Delta Q_{mp}) = (|Q_y|) - (Q_m) - (\Delta Q_{me}) \\ |(Q_m) + (\Delta Q_{me})| \leq (|Q_y|) \text{ ならば } (\Delta Q_{mp}) &= 0 \\ (Q_m) + (\Delta Q_{me}) < (-|Q_y|) \text{ ならば } (Q_m) + (\Delta Q_m) &= (-|Q_y|) \text{ or } (\Delta Q_{mp}) = (-|Q_y|) - (Q_m) - (\Delta Q_{me}) \end{aligned} \right\} \text{---(6)}$$

但し Δ はその後に書いた量の微小変化を表わす。又 $| |$ は絶対値を表わすものとする。

(X_p) の微小な変化 (ΔX_p) を仮定すると、(6)式を反復使用する事によつて (ΔQ_{mp}) が求まり、更に $(\Delta Q_{mp}) = [\hat{k}] (\Delta \varepsilon_m)$ より、 $(\Delta \varepsilon_m)$ が求まる。この $(\Delta \varepsilon_m)$ と初めに仮定した (ΔX_p) を用いると(4)式より (Q_p) の変化 (ΔQ_p) が求まる。この様にして (X_p) の変化に伴う (Q_p) の変化を求める事が出来る。図-2 にその計算手順の流れ図を示す。動的な現象を取扱うときは、この様にして求めた (Q_p) を拘束力として、振動方程式の中に入れてやればよい。著者はこの考え方に従つて地震に対する骨組構造物の RESPONSE を計算するプログラムを作製し、電子計算機で計算を実施している。

静的な問題を取扱うときは (Q_p) の変化に対する (X_p) 、 (Q_m) 等の変化が問題となるので、(4)、(5)式を次の如く変化した方がよい。

$$(X_p) = [a k \tilde{a}]^T (Q_p) - [a k \tilde{a}]^T [a k] (\varepsilon_m) \text{---(7)}$$

$$(Q_m) = \underbrace{[k \tilde{a}] [a k \tilde{a}]^T (Q_p)}_{(Q_{me})} + \underbrace{[V - \hat{V}] (\varepsilon_m) + [\hat{V}] (\varepsilon_m)}_{(Q_{mp})} \text{---(8)}$$

$$\text{但し } [V] = [k] - [k \tilde{a}] [a k \tilde{a}]^T [a k]$$

このあとの取扱いは動的な場合と同じである。

参考文献

G.V.Berg + D.A.Dadeppo "DYNAMIC ANALYSIS OF ELASTO-PLASTIC STRUCTURES" ASCE 86 No.EM2
大地 "行列による骨組構造物の解法" 土木学会
論文集 87号

図-2

