

IV-43 鉄筋のボンドに関する理論的考察

室蘭工業大学 正員 工博 能町純雄
室蘭工業大学 正員 工修 尾崎 誠

1. まえがき： 鉄筋コンクリートにおける鉄筋とコンクリートとの付着応力の分布を理論的に解明しようとするものであるが、そのオ1段階として解析をやりやすくするために同心円柱内に鉄筋があり、外部をコンクリートがつまんでいる場合を想定して三次元の軸対称応力問題として解析する。たゞし半径方向の変位の影響を無視するとともに、コンクリートのポアソン比も0と仮定する。

2. 釣合の微分方程式と変位： 座標を図のようにとり z 方向の変位を w , r 方向の変位を u とすれば、 r 方向と z 方向の釣合の方程式はそれぞれ次のようになる。

$$G(\Delta u + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{u}{r^2}) = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$G(\Delta w + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial z}) = 0 \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{但し、} e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

また、応力で表わした z 方向の釣合は、

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad \text{----- (2')}$$

$$(1), (2) \text{ 式から明らかに } \Delta e = 0 \quad \text{----- (3)}$$

$$\text{故に、} 2Ge = \sum_i A_i H_0(\xi_i r) e^{-\xi_i z} \quad \text{----- (4)}$$

$$\text{また、} 2G \frac{\partial e}{\partial r} = - \sum_i A_i \xi_i H_1(\xi_i r) e^{-\xi_i z} \quad \text{----- (5)}$$

$$\therefore (\Delta - \frac{1}{r^2}) \frac{\partial e}{\partial r} = 0 \quad \text{----- (6)} \quad \text{但し } \begin{cases} H_1(\xi_i r) = J_1(\xi_i r) Y_1(\xi_i b) - Y_1(\xi_i r) J_1(\xi_i b) \\ H_0(\xi_i r) = J_0(\xi_i r) Y_1(\xi_i b) - Y_0(\xi_i r) J_1(\xi_i b) \end{cases}$$

$$(1)(2) \text{ は (3)(6) を代入し、} (\Delta - \frac{1}{r^2}) u = 0 \quad \text{----- (7)}$$

$$\Delta^2 w = 0 \quad \text{----- (8)}$$

$$\text{剪断応力 } \tau_{rz} \text{ は } B_i \text{ を Constant とし } \tau_{rz} = \sum_i B_i H_1(\xi_i r) \xi_i z e^{-\xi_i z} \quad \text{----- (9)}$$

$$\text{とあけるから、これを (2') に代入して } \frac{\partial w}{\partial z^2} = - \frac{1}{2G} \sum_i B_i \xi_i H_0(\xi_i r) \xi_i z e^{-\xi_i z} \quad \text{----- (10)}$$

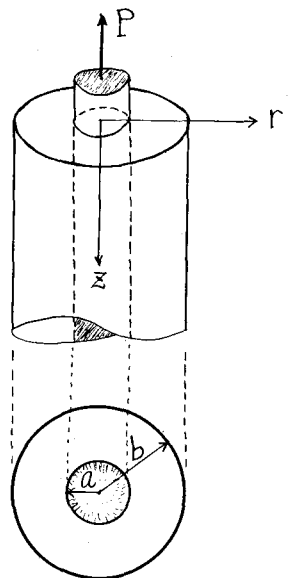
$$\therefore w = - \frac{1}{2G} \sum_i \frac{B_i}{\xi_i} H_0(\xi_i r) \{ \xi_i z e^{-\xi_i z} + 2e^{-\xi_i z} \} + Fz + D \quad \text{----- (11)}$$

$$\text{また、(4) 式より } e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = \sum \frac{A_i}{2G} H_0(\xi_i r) e^{-\xi_i z} \quad \text{なる故、(11) 式を用いて}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = - \frac{1}{2G} \sum H_0(\xi_i r) e^{-\xi_i z} \{ B_i \xi_i z - A_i + B_i \} + F \quad \text{とあけるから、}$$

$$\therefore u = - \sum \frac{1}{2G \xi_i} H_1(\xi_i r) e^{-\xi_i z} \{ B_i \xi_i z + A_i - B_i \} + F \frac{r}{2} - \frac{J}{r} \quad \text{----- (12)}$$

上記 (11) 式は (8) 式を満足し、(12) 式は (7) 式を満足する。但し、 F, D, J は積分常数。



3. 境界条件：鉄筋内の応力と付着応力 τ_{rz} との釣合は、

図から、 $a^2 \pi d\sigma_z = 2\pi a \tau_{rz} dz$ $\therefore \tau_{rz} = \frac{a}{2} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}$

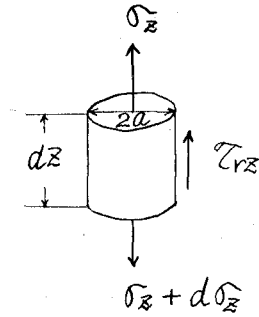
一方、 $\sigma_z = E_s \frac{\partial w}{\partial z}$ であるから、

$r = a$ で $\tau_{rz} = \frac{E_s a}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$ ----- (13)

$r = b$ で $\tau_{rz} = 0$ ----- (14)

$z = 0$ で $\tau_{rz} = 0$ ----- (15)

$z = 0$ で $\sigma_z = 0$ ----- (16)



なお、この外、 $r = a$ で $u = v \frac{\partial w}{\partial z}$ ---- (17), $r = b$ で $\sigma_r = 0$ ---- (18)

を満足しなければならないが、これらも満足しなくても、 τ_{rz} に大きな影響がないものと仮定し省略する。なお、(9)式は(15)式を満足しており、 $H_1(f_i r) = J_1(f_i r) Y_1(f_i b) - Y_1(f_i b) J_1(f_i r)$

のように選べば、(14)式を満足する。従って、(13)式は次のようになる。

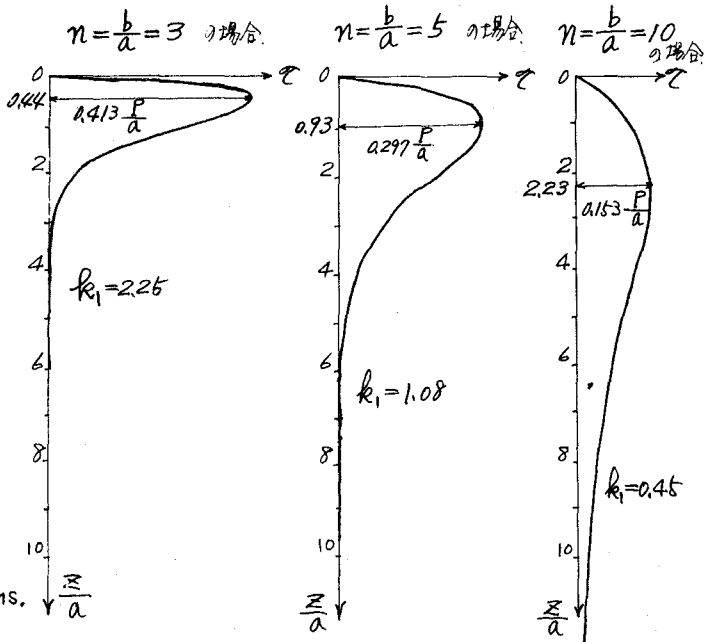
$\frac{E_s}{4G} a f_i H_0(f_i a) + H_1(f_i a) = 0$ ----- (19)

f_i を上式の超越方程式の解とすれば、 τ_{rz} の境界条件はすべて満足される。なお、(16)式を満足させるためには、 $B_i = F \int_a^b H_0(f_i r) r dr$ とななければならないが、近似的には、 $z = \infty$ の σ_z を σ_c とすれば、 $B_i = \frac{(b^2 - a^2) \pi \sigma_c f_i}{2 \pi a H_1(f_i r)}$ として計算しても大差ない。

4. 数値計算：いま、 $\frac{E_s}{4G} = 4$ とし、 $n = \frac{b}{a}$ を 3, 5, 10 と変えて計算してみる。

まず、 $k_i = a f_i$ と $Y_1(n k_i) \{4 k_i J_0(k_i) + J_1(k_i)\} = J_1(n k_i) \{4 k_i Y_0(k_i) + Y_1(k_i)\}$ より求めると図中に示すような根を得る。この値を用いて (9) 式により τ_{rz} を求めると下の図のような分布となる。

これを見ればわかる通り、鉄筋直径に比べてコンクリートの力率が大きくなればなるほど、付着応力の最大値の生ずる位置は深くなり、その値も次第に小さくなっていく。また、どの場合もコンクリート円柱の半径の深さでは付着応力が最大値の約1%程度と殆んど無視できるほど小さくなっており、円柱直径の大きさや位置の深さでは、殆んど0とみなしうる。なお、本研究は文部省科学試験研究費による分担研究分である。



(参考文献): I.N. Sneddon; Fourier Transforms.