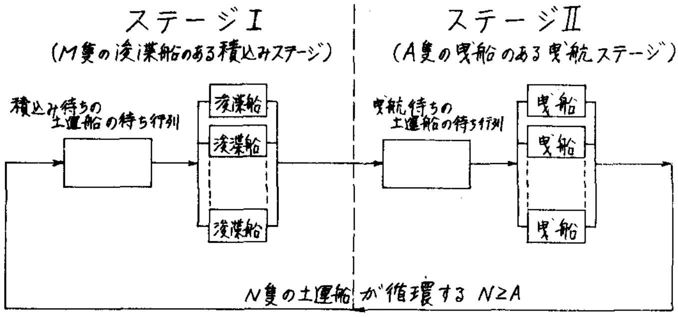
II―75　浚渫船の作業計画について

京都大学工学部　学生員　河上省吾

最近のわが国経済の飛躍的な発展に伴い、港湾整備の必要性が認識されている。港湾整備には航路浚渫などのための浚渫工事が不可欠であり、この浚渫工事は浚渫船、曳船、土運船からなる浚渫船団により実施される。浚渫工事においては、浚渫船団の構成が適切なものであるかどうかがその船団の作業能率に大きく影響するので、浚渫船に土運船と曳船をそれぞれ何隻づつ配置するかということはきわめて重要なことである。本研究では、待合せ理論を応用して合理的な浚渫船団の構成を決定する方法を考察してみた。

1、モデルとその解析　　浚渫船団の作業は2段階のサービス段からなる閉鎖循環システムとして取扱うことができる。すなわち、土運船は浚渫船から土砂の積込みというサービスを受け、次に曳船により土捨場まで曳航され、土砂を捨て、再び浚渫船の所まで曳航されるというサービスを受ける。このような作業を繰返し行うことにより浚渫作業が遂行されるのである。この様子をモデル化すると下図のようになる。この2段のステージのある閉鎖システムにおいて、オIのステージが積込みステージで、オIIのステージが曳航ステージであると考えれば明らかにこれは循環するシステムである。このシステムには、N隻の土運船と,ほぼ能力の等しいM隻の浚渫船とA隻の曳船があり、ステージIでの各浚渫船の積込み時間(サービス時間)は平均率$1/\mu_1$の指数分布で表わされる確率変数であり、ステージIIの各曳船のサービス時間(土運船が曳船で土捨場まで曳航され、土砂を捨て、浚渫船の所に返ってくるまでの時間)は平均率$1/\mu_2$の指数分布で表わされる確率変数であるとする。ここでは2段のサービスはいずれも先着順サービスであり、一隻の曳船は一隻の土運船を曳航するものとする。そこですべての土運船は積込み待ち、積込み中、曳航待ち、曳航中のいずれかの状態にある。A、M、Nが与えられた場合、このシステムの状態はステージI, IIの土運船の隻数n_1, n_2 $(n_1+n_2=N)$により表現できる。いま状態(n_1,n_2)の場合の状態確率を$P(n_1,n_2)$で表わすと次のような状態方程式が得られる。



$$\frac{d}{dt}P(0,N)=-A\mu_2P(0,N)+\mu_1P(1,N-1) \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt}P(n_1,N-n_1)=-(n_1\mu_1+A\mu_2)P(n_1,N-n_1)+(n_1+1)\mu_1P(n_1+1,N-n_1-1)+A\mu_2P(n_1-1,N-n_1+1) \quad (M>n_1,\ N-A>n_1) \tag{2}$$

$$\frac{d}{dt}P(n_1,N-n_1)=-(M\mu_1+A\mu_2)P(n_1,N-n_1)+M\mu_1P(n_1+1,N-n_1-1)+A\mu_2P(n_1-1,N-n_1+1) \quad (M\leq n_1\leq N-A) \tag{3}$$

$$\frac{d}{dt}P(n_1,N-n_1)=-[n_1\mu_1+(N-n_1)\mu_2]P(n_1,N-n_1)+(n_1+1)\mu_1P(n_1+1,N-n_1-1)+(N-n_1+1)\mu_2P(n_1-1,N-n_1+1) \quad (M>n_1>N-A) \tag{4}$$

$$\frac{d}{dt}P(n_1,N-n_1)=-[M\mu_1+(N-n_1)\mu_2]P(n_1,N-n_1)+M\mu_1P(n_1+1,N-n_1-1)+(N-n_1+1)\mu_2P(n_1-1,N-n_1+1) \quad (M\leq n_1,\ N-A<n_1) \tag{5}$$

以上より定常状態における状態確率$P(n_1,n_2)$の解を求めると次のようになる。

i) $N-A \geq M$ の場合

$$P(n_1, N-n_1) = \left(\frac{A^{n_1}}{n_1!}\right)\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} P(0,N) \qquad (n_1 < M \leq N-A) \qquad (6)$$

$$P(n_1, N-n_1) = \left(\frac{A^{n_1}}{M!M^{n_1-M}}\right)\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} P(0,N) \qquad (M \leq n_1 \leq N-A) \qquad (7)$$

$$P(n_1, N-n_1) = \left[\frac{A!A^{N-A}}{(N-n_1)!M!M^{n_1-M}}\right]\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} P(0,N) \qquad (M < N-A < n_1) \qquad (8)$$

ここに、$$P(0,N) = \left[\sum_{n_1=0}^{M-1}\left(\frac{A^{n_1}}{n_1!}\right)\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} + \sum_{n_1=M}^{N-A}\left(\frac{A^{n_1}}{M!M^{n_1-M}}\right)\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} + \sum_{n_1=N-A+1}^{N}\left\{\frac{A!A^{N-A}}{(N-n_1)!M!M^{n_1-M}}\right\}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1}\right]^{-1} \qquad (9)$$

ii) $N-A < M$ の場合

$$P(n_1, N-n_1) = \left(\frac{A^{n_1}}{n_1!}\right)\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} P(0,N) \qquad (n_1 < N-A < M) \qquad (10)$$

$$P(n_1, N-n_1) = \left[\frac{A!A^{N-A}}{(N-n_1)!n_1!}\right]\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} P(0,N) \qquad (N-A \leq n_1 < M) \qquad (11)$$

$$P(n_1, N-n_1) = \left[\frac{A!A^{N-A}}{(N-n_1)!M!M^{n_1-M}}\right]\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} P(0,N) \qquad (N-A < M \leq n_1) \qquad (12)$$

ここに、$$P(0,N) = \left[\sum_{n_1=0}^{N-A-1}\left(\frac{A^{n_1}}{n_1!}\right)\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} + \sum_{n_1=N-A}^{M-1}\left\{\frac{A!A^{N-A}}{(N-n_1)!n_1!}\right\}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1} + \sum_{n_1=M}^{N}\left\{\frac{A!A^{N-A}}{(N-n_1)!M!M^{n_1-M}}\right\}\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{n_1}\right]^{-1} \qquad (13)$$

以上の状態確率により、ステージJにおける平均待ち土運船隻数(遊休土運船隻数)L_{gJ} $(J=1,2)$、平均遊休曳船隻数A_i、平均遊休浚渫船隻数M_iを計算すると次のようになる。

$$L_{g1} = \sum_{n_1=M+1}^{N}(n_1-M)P(n_1, N-n_1) \qquad (14)$$

$$L_{g2} = \sum_{n_1=0}^{N-A-1}(N-A-n_1)P(n_1, N-n_1) \qquad (15)$$

$$A_i = \sum_{n_1=N-A+1}^{N}(A-N+n_1)P(n_1, N-n_1) \qquad (16)$$

$$M_i = \sum_{n_1=0}^{M-1}(M-n_1)P(n_1, N-n_1) \qquad (17)$$

2. 損失関数を用いた船団構成法　　このシステムで、損失は浚渫船、曳船、土運船のいずれかの一部が遊休状態にあるときに起こる。そこで、単位時間当たりの総損失L(損失関数)は次式(18)で表わされる。

$$L(A,M,N) = C_m M_i + C_a A_i + C_\ell (L_{g1} + L_{g2}) \qquad (18)$$

ここに、C_m＝一隻の浚渫船の稼働により得られる単位時間当たりの利益

C_a＝一隻の曳船の稼働により得られる単位時間当たりの利益

C_ℓ＝一隻の土運船の稼働により得られる単位時間当たりの利益

ところで、浚渫工事においては、作業中に施設の遊休により生ずる損失をできるだけ少なくすべきであるから、浚渫船の隻数M_0が与えられたときは、式(18)で($M=M_0$とし)AとNの値をいろいろ変えてLの値を計算し、Lの値が最小となるAとNの値を求めれば、これが曳船と土運船の最適隻数を与えることになる。すなわち施設の遊休による損失が最小となる合理的な船団構成が得られるわけである。また、現在ある構成で稼働中の浚渫船団において、その構成を変えた場合の利害得失も、浚渫船、曳船、土運船などの各施設の増減に伴う設備費および運転費の増減と、損失関数(18)より計算される損失の増減とから推定できる。

3. 浚渫船が一隻の場合　　浚渫工事では、浚渫船一隻で船団を構成していることが多いので、ここで浚渫船が一隻の場合の損失関数を求めると次のようになる。このとき一般に$N>A$であるから、$N-A \geq M$の場合について計算した。また、$\rho=\frac{\mu_2}{\mu_1}$とおいた。

$$L(A,N)_{M=1} = \left[C_m + C_\ell(N-A) + C_\ell(N-A-1)\frac{A\rho-(A\rho)^{N-A+1}}{1-A\rho} + A^{N-A}\sum_{n_1=N-A+1}^{N}\{C_a(A-N+n_1)+C_\ell(n_1-1)\}A(A-1)\cdots(N+1-n_1)\rho^{n_1}\right]P(0,N)_{M=1} \qquad (19)$$

ここに、$$P(0,N)_{M=1} = \left[1 + \frac{A\rho-(A\rho)^{N-A+1}}{1-A\rho} + A^{N-A}\sum_{n_1=N-A+1}^{N}A(A-1)\cdots(N+1-n_1)\rho^{n_1}\right]^{-1} \qquad (20)$$

式(19)の$L(A,N)_{M=1}$の最小値を与えるAとNをA_1, N_1とすれば、このA_1とN_1は、浚渫船が一隻の場合の曳船と土運船の最適(施設の遊休による損失が最小となる)隻数を与えている。