II—54 平衡縦断形状について

京都大学工学部　正員　芦田和男

1. はしがき：　一定の流量および流砂量のもとで，与えられた河道条件（水路巾，河床材料）および境界条件に対応して一つの平衡した縦断形状が形成されると考えられるが，これを平衡縦断形状と定義して議論を進める。実際の河川においては一般に流量および流砂量は時間的に絶えず変動しており，また河道条件にも人工的な変化が絶えず加えられている。このような場において平衡な縦断形状が存在するかどうかは十分論議する必要がある。

実際，時間の項を無視した取り扱いでは，現実とはかなりかけはなれた結果しか得られない場合もしばしばある。しかし少くとも河床は平衡状態の方向に変動していくことは事実であり，河道条件に人工的な変動を与えた場合，河床がどのように変動していくかを体系的に論議するためには，その基礎としてそれぞれの河道条件に対する平衡縦断形状，特にその特性を明らかにすることが必要である。平衡縦断形状に対する従来の研究も大体上に示し定義のもとで取り扱われており，その計算方法は求められているが，その水理的な特性や境界条件の与え方などについての考察が十分でないと思われる。本論においては，これらの点について考察するつもりである。またこの結果を用いて，平衡縦断形状を比較的容易に計算し得る方法を提案し，実例によって説明することとする。

2. 基礎方程式：　河床にそって流れ方向に x 軸をとり，それに上向にはかった水深を h，平均流速を v，摩擦速度を u_*，水路巾を B，基準線からの河床の高さを Z で示せば，巾の広い長方形水路に対する不等速定流の運動方程式および連続式は，

$$\frac{dZ}{dx}+\frac{dh}{dx}+\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{u_*^2}{gh}=0 \quad \cdots\cdots (1) \qquad B\cdot h\cdot v=Q=q\cdot B \quad \cdots\cdots (2)$$

で与えられる。(1)式の抵抗法則として Manning 式を用いれば，

$$\frac{u_*^2}{gh}=\frac{n^2v^2}{h^{4/3}} \quad \cdots\cdots (3)$$

である。流砂量については，現在数多くの式が提案されており，どの式がよく適合するかはなお今後検討を必要とするが，ここでは平衡河道の水理的特性，その計算方法を明らかにすることに重点をおき，流砂量式としては便宜上次式を用いることにする。

$$q_T=\alpha' u_*(u_*^2-u_{*c}^2)^m \quad \cdots\cdots (4) \qquad \alpha'=Kd\Big/\{(\sigma/\rho-1)gd\}^m \quad \cdots\cdots (5)$$

こゝに q_T は単位巾単位時間当りの流砂量，K, m は常数，d は粒径である。水路巾全体の Q_T は

$$Q_T=q_T\cdot B \quad \cdots\cdots (6)$$

で与えられる。上の諸式を満足する Z が平衡縦断形状を与える。

3. 平衡等流水深，平衡等流こう配：　まず水路巾および河床粒径一様な場合について考えると上の諸式より，

$$u_{*0}=\left\{\frac{q_T}{\alpha'(1-u_{*c}^2/u_{*0}^2)^m}\right\}^{\frac{1}{2m+1}} \cdots\cdots (7) \qquad h_0=\left\{\frac{n\sqrt{g}\,q}{u_{*0}}\right\}^2 \cdots\cdots (8) \qquad i_0=-\frac{dZ}{dx}=\frac{n^2q^2}{h_0^{10/3}} \cdots\cdots (9)$$

を得る。こゝに添字 0 は等流状態にあることを意味する。h_0, i_0 は Q, Q_T, B, d（n もこれらの値より定まってくるものと考えて）に対して固有な値であり，これらの値に対する平衡等流

水深，平衡等流こう配と名づけることにする。これらの値を用いれば巾および河床粒径が任意に変化している一般の場合の平衡縦断形状は後に示すように容易に表現することができる。

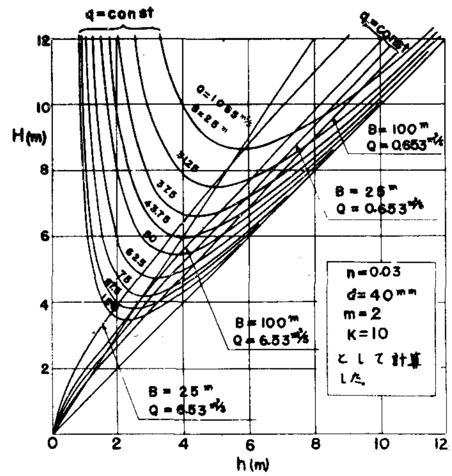
次に等流平衡水深の性質を二，三検討してみよう。単位巾当りの流量qの一定値に対する比エネルギーHと水深hとの関係は

$$H = h + \frac{q^2}{2g}\cdot\frac{1}{h^2} \quad \cdots\cdots\cdots (10)$$

で与えられる。一方dおよびnを一定として，q_Tの一定値に対するHとhとの関係は

$$H = h + \frac{u_{*0}^2}{2gn^2}h^{1/3} \quad \cdots\cdots\cdots (11)$$

で与えられる。(10)および(11)式は図ー1に示されるように全く性質の異なる曲線となる。与えられたHに対して流し得るqには最大値が存在するが，q_Tの方は原点を通る曲線であるからいくらでも大きくすることができる。



図ー1　H〜h $\left(\begin{matrix} q=\mathrm{const} \\ q_T=\mathrm{const}\end{matrix}\right)$

与えられたq, q_Tに対する平衡等流水深およびその時の比エネルギーは両曲線の交点で与えられるが，必ず解は一つ存在し，その水理的性質は固定床の場合と著しく異なる。図ー1よりd, n, Q, Q_Tが一定であればBが変化してもF_rはほゞ一定であること，Q_Tが増加するとF_rは大きくなることがわかる。

4. 不等流の場合の平衡縦断形状：　この場合に対しても(7)および(8)式は成立する。すなわち水深は与えられたQ, Q_Tおよびそれぞれの地点におけるB, dに対する平衡等流水深になり，上に示した方法によって求めることができる。一方縦断形状は(1)式を積分した次式

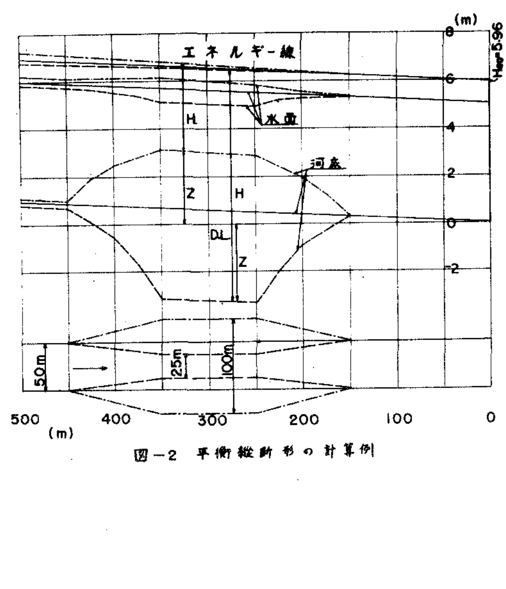
$$Z_x + H_x = H_{e0} - \int_0^x i_0\,dx \quad \cdots\cdots\cdots (12)$$

を用いて容易に求めることができる。こゝにZ_x, H_xはそれぞれの地点xにおける，ある基準線からの河床の高さおよび比エネルギー，H_{e0}は境界条件を与える地点(基準地点)における同じ基準線からのエネルギー水頭を表わす。基準地点としては，ダムや河口などのように河床の変動に無関係にエネルギー水頭がきまる地点を取るべきであろう。

次に計算の便宜上上流向きにx軸を取れば(12)式は次のようになる。

$$Z_x + H_x = H_{e0} + \int_0^x i_0\,dx \quad \cdots\cdots\cdots (12)'$$

5. 平衡縦断形状の計算例：　$i_0 = \frac{1}{500}$，$h_0 = 5m$，$b = 50m$，$n = 0.03$，$d = 40mm$の場合，図ー2に示すように水路巾の拡大，縮小によって河床および水面形がどのように変化するかを，上記の方法によって計算した。その詳細については講演時に述べる。



図ー2　平衡縦断形の計算例