

II-38 円柱に作用する波力についての二、三の考察

京都大学工学部 正員 工博 石原藤次郎
京都大学工学部 正員 ○ 野田英明

近年、海岸地帯の開発が進むにつれて、波力を受ける海中構造物に関して、その外力に対する抵抗を十分に考慮する必要が生じてきた。従来から流れの中におかれた固体のうける力については定常流れにおける抵抗公式を用いて、波による水平力を実験的にあるいは半経験的に概算するという方法がとられてきたが、いまだ未解決の問題が多く、基礎的な研究が必要であると考えられる。著者らは上の観点から形状が比較的簡単な円柱を取上げ、これに作用する波による水平力について、水理学的に若干の考察を行なった。

一般に流れの中におかれた円柱のうける水平力 F は単位長さ当たり

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D u^2 + \frac{\pi d^2}{4} \rho C_M \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1)$$

で表わされる。ここで、 u は波による水粒子の水平方向の速度成分、 d は円柱の直径、 ρ は水の密度、 C_D は抵抗係数であり、 C_M は仮想質量係数である。(1)式から水平力 F を求めるためには、抵抗係数および仮想質量係数の値がわかっていなければならないが、Morrison, 樋口およびStelsonらは実験によつてその値を求めようとするが、波動運動のもとの抵抗係数の持つ意味については、十分な検討がなされていらない。しかし、著者らはその意味を明らかにする試みの一つとして、円柱のまわりの境界層内の流れは層流であるとし、境界層の厚さ δ は一定であると考えて考察を進めた。いま円柱のまわりの境界層内における運動方程式は、上の仮定を用い、極座標を用いると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_\theta}{\partial t} &= \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \nu \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} \\ \frac{\partial v_r}{\partial t} &= \frac{\partial v_r}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となる。ここで、 v_θ および v_r はそれぞれ図-1に示すように、円柱の接線方向および半径方向の速度成分であり、 v_θ および v_r はそれぞれ境界層外における接線方向および半径方向の速度成分である。なお(2)式においては半径方向の粘性項は微小であるとして無視し、円柱の直径にくらべて波高は小さく、波長はかなり長いものとして、加速度項は無視した。 u は水粒子の水平方向の速度成分であるから、

$v_\theta = -u \sin \theta$ および $v_r = u \cos \theta$ となり、これと境界条件

$$\left. \begin{aligned} r = \frac{d}{2} \text{ で } v_\theta &= 0 \text{ および } v_r = 0 \\ r = \frac{d}{2} + \delta \text{ で } v_\theta &= v_\theta \text{ および } v_r = v_r \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

との関係から(2)式を解くと、簡単な計算により境界層内の速度分布

$$v_\theta = A(Z) \sin \theta \cdot e^{-i\omega t} \left\{ \frac{\sin m \left(r - \frac{d}{2} - \delta \right)}{\sin m \delta} + 1 \right\}$$

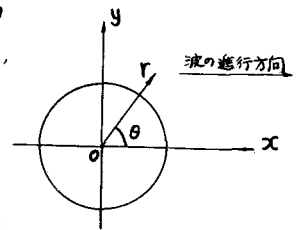


図-1

$$V_r = A(z) e^{-i\omega t} \cos \theta \cdot \frac{(r-r_0)}{\delta} \quad (4)$$

となる。ここで $u = -A(z) e^{-i\omega t}$, $A(z)$ は水深に關係する無次元量であり, $m = (i+1) \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}$ である。

したがって (3) 式を用いて円柱に作用する単位長さ当りの波による水平力を求めると, 簡単な計算により

$$F = \left\{ \frac{\mu}{\delta} \pi d + B \frac{\pi d}{2} \mu \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} \right\} u + \rho \frac{\pi d^2}{4} \left\{ 1 + \frac{\delta}{d} + \frac{C}{d} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \right\} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (5)$$

となる。ここで B および C は定数, μ は粘性係数であり, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ である。

境界層の厚さ δ は Lamb および Kalkanis が求めたように $\delta = 6.5 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$ とし, (5) 式と (1) 式とを比較して抵抗係数および仮想質量係数を求めると,

$$C_D = 1.02 \pi \frac{d}{Re} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}, \quad C_M = 1 + 5.1 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} / d \quad (6)$$

となる。ここで $Re = \frac{ud}{\nu}$ である。したがって C_D は円柱の直径 d に比例し, Re 数および波の周期 T の $1/2$ 乗に逆比例する。また C_M は $d \rightarrow \infty$ のときは 1 となるが, $d \rightarrow 0$ のときは ∞ となつて Stelson および Mavis が求めた値 $C_M = 2$ とは異なっている。これは δ を一定と仮定して計算をすめたからであると考えられるが, 一般に δ は ω と d の関数でありこの点については, さらに今後検討を加えねばならない。

つぎに Beach Erosion Board の Crooke が行なった円柱に作用する力の実験結果と上の結果とを比較したのが図-2 である。この図は $T = 0.96 \text{ sec}$ として T が一定の場合の C_D と Re 数との関係を求めたもので, 実線は (6) 式より求めたものである。図からわかるように, 実験結果の方がかなり大きくでている。これは Reynolds 数がかなり小さいと仮定していることによるものと考えられるが, 円柱の直径によってことなるという傾向はかなりよくあらわれている。

なお理在理論的ならびに実験的にさらに詳細な検討を加えていいるが, その内容は講演時に述べるつもりである。最後に本研究は文部省試験研究によるものであることを付記する。

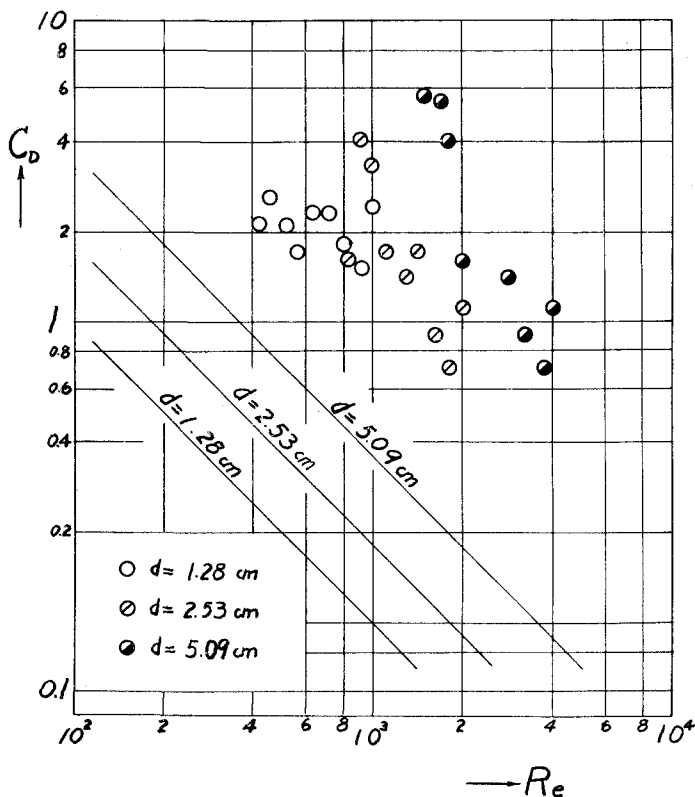


図-2 C_D と Re の関係