

II-36 港域附近の擾乱波について

大阪大学大学院 正員 和田 明

一般に、第1図に示すように港口（あるいは湾口）に防波堤を設置して、外海からの侵入波を防ぐという方法も、風波に対しては、ある程度迄、その有効性を保持してゐるけれども、もし入射波の波長が長ければ、防波堤による遮へい水域内外の水位は殆んど同じになる傾向があり、あまりその効果は期待出来なく、また、たとえ波長の大小にかかわらず、一旦港内へ入りこんで、入射波のエネルギーによつて、*seiching*（あるいは、*surg-ing*）が惹起された場合、港口中とせまくすればする程、防波堤開口部からの振動エネルギーの散逸の問題とからんで、港内波高が減少するとは限らず、むしろ増大する場合が、考えられる。

そこで、本文では、これらの諸問題に対して、まず防波堤を設置しない、単純なく形状の港湾に対して考えることにし、入射波の波長の大きな場合と小なる場合とで、港湾水域内の水面擾乱、および港口からの散逸波の性質にどのような特性があらわれるかを、見出そうとしたものである。

1. 港口からの散逸エネルギーを考慮しない場合。

図-2に示すような、一様水深のく形状の港湾に、おいて、巾、長さ、深さをそれぞれ、 $2B$ 、 L 、 h_2 とし、さらに港口に面する外海の一様水深を h_1 とする。

湾口に原点をとり、 x 軸は外海へ向かうものとする。この際、各断面での波は、正弦的な波形で示されるものとする。

外海での入射波および反射波は、

$$(\eta_t)_o = a_1 e^{i\sigma(t + \frac{x}{c_1})}$$

$$(\eta_r)_o = b_1 e^{i\sigma(t - \frac{x}{c_1})}$$

また、港湾水域内での通過波および反射波は、

$$(\eta_t)_h = a_2 \cdot e^{i\sigma(t + \frac{x}{c_2})}$$

$$(\eta_r)_h = b_2 \cdot e^{i\sigma(t - \frac{x}{c_2})}$$

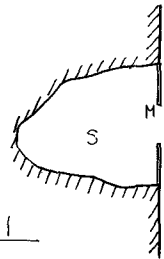


図-1

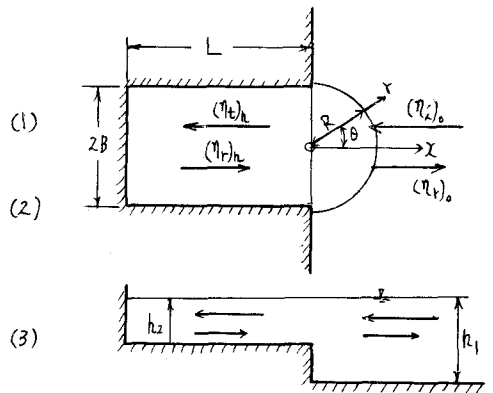


図-2

ここで、次の三つの条件を考慮すれば、港湾水域内での水面擾乱の様相を求めることが出来る。

- (1) 港口 ($x=0$) での境界面で、圧力が等しい。
 (2) 質量保存則が成立する。
 (3) 湾奥 ($x=-L$) で、水平方向の水粒子の変位が零となる。
 従って、

$$a_2 = \frac{2C_1 a_1}{(C_1 + C_2) + (C_1 - C_2) e^{-2j\sigma \frac{L}{C_2}}}, \quad b_2 = \frac{2C_1 a_1}{(C_1 + C_2) + (C_1 - C_2) e^{-2j\sigma \frac{L}{C_2}}} e^{-2j\sigma \frac{L}{C_2}}$$

外海からの正弦的な入射波形に対する、港湾内の擾乱波高は、

$$\eta = \frac{2C_1 a_1}{(C_1 + C_2) + (C_1 - C_2) e^{-2j\sigma \frac{L}{C_2}}} \left[e^{j\sigma(t + \frac{x}{C_2})} + e^{j\sigma(t - \frac{x}{C_2} - \frac{2L}{C_2})} \right] \quad (5)$$

今、入射波が正弦的なものではなく任意な波形——例えば孤立的な波形——を有するものとする。これを Fourier 積分でもって表わして、色々の波長の正弦波型の集合とみなして、各 elementary の正弦波の擾乱量が、(5) 式から求めらるのでこれを Fourier 積分的に寄せ集めれば得らる苦である。すなわち、

$$(\eta_L)_0 = f\left(t + \frac{x}{C_1}\right)$$

とおくと Fourier の定理により、

$$(\eta_L)_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\sigma\zeta} d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \cdot e^{j\sigma(t + \frac{x}{C_1})} d\xi \quad (6)$$

となるから、従って (5) 式で表わされる港内波高 elementary 正弦波を、合成すると、港内波高は、

$$\eta = 0 \quad \left(t + \frac{x}{C_2} < 0\right)$$

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2C_1}{(C_1 + C_2) + (C_1 - C_2) e^{-2j\sigma \frac{L}{C_2}}} \left[e^{j\sigma(t + \frac{x}{C_2})} + e^{j\sigma(t - \frac{x}{C_2} - \frac{2L}{C_2})} \right] \times \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) e^{-j\sigma\zeta} d\xi \quad (7)$$

$\left(t + \frac{x}{C_2} > 0\right)$

ここでは、波形の f として、

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{H}{a-b} \{ a \cdot e^{-b\xi} - b \cdot e^{-a\xi} \} & (\xi > 0) \\ \frac{H}{a-b} \{ a \cdot e^{b\xi} - b \cdot e^{a\xi} \} & (\xi < 0) \end{cases} \quad (a > b > 0) \quad (8)$$

(8) 式は、図-3 のごとき、前後に対称な波であり、その最大振幅は H である。この函数形の特長として、その波形が明確でないので、ここでは、波長として、

$$\lambda_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \{ \xi \cdot f(\xi) \}^2 d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} \{ f(\xi) \}^2 d\xi}} \quad (9)$$

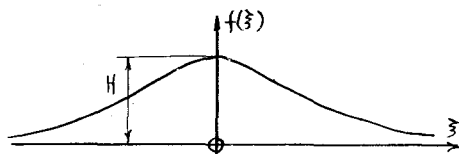


図-3

で定義することにする。

(8)式を(7)式へ代入すると、

$$\eta = \frac{2Cab(a+b)}{\pi} \text{H R} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\sigma(t+\frac{x}{c_2})} + e^{j\sigma(t-\frac{x}{c_2}-\frac{2L}{c_2})}}{(a^2+\sigma^2)(b^2+\sigma^2)[(c_1+c_2)+(c_1-c_2)e^{-2j\sigma L/c_2}]} d\sigma \quad (10)$$

この積分は、留数の定理によって、単極の周囲の積分として計算出来る。

$$\eta = \frac{2Cab(a+b)}{\pi} \text{H R} \left[2\pi i \text{Reo} \left\{ \frac{e^{j\sigma(t+\frac{x}{c_2})}}{(a^2+\sigma^2)(b^2+\sigma^2)[(c_1+c_2)+(c_1-c_2)e^{-2j\sigma L/c_2}]} \right\} \right]_{\sigma=j a}$$

$$+ 2\pi i \text{Reo} \left\{ \frac{e^{j\sigma(t+\frac{x}{c_2})}}{(a^2+\sigma^2)(b^2+\sigma^2)[(c_1+c_2)+(c_1-c_2)e^{-2j\sigma L/c_2}]} \right\} \Big|_{\sigma=j b}$$

$$+ \frac{j}{2} \frac{e^{-\frac{c_1}{2L}(t+\frac{x}{c_2})} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}}{\left[a^2 - \frac{c_1^2}{4L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}^2 \right] \left[b^2 - \frac{c_1^2}{4L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}^2 \right] \frac{c_1-c_2}{c_2} L e^{\frac{c_1}{2L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}}}$$

$$\eta = \frac{2Cab(a+b)}{\pi} \text{H R} \left[\frac{\pi}{a} \frac{e^{-a(t+\frac{x}{c_2})}}{(a^2-b^2)[(c_1+c_2)+(c_1-c_2)e^{2aL/c_2}] + \frac{\pi}{b} \frac{e^{-b(t+\frac{x}{c_2})}}{(a^2-b^2)[(c_1+c_2)+(c_1-c_2)e^{2bL/c_2}]} \right. \\ \left. + \frac{j}{2} \frac{e^{-\frac{c_1}{2L}(t+\frac{x}{c_2})} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}}{\left[a^2 - \frac{c_1^2}{4L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}^2 \right] \left[b^2 - \frac{c_1^2}{4L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}^2 \right] \frac{c_1-c_2}{c_2} L e^{\frac{c_1}{2L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}} \right] \quad (11)$$

$$= \frac{2Cab(a+b)}{\pi} \text{H R} \left[\frac{\pi}{ab} \frac{b e^{-a(t+\frac{x}{c_2})} + a e^{-b(t+\frac{x}{c_2})} + b e^{-a(t-\frac{x}{c_2}-\frac{2L}{c_2})} + a e^{-b(t-\frac{x}{c_2}-\frac{2L}{c_2})}}{(a^2-b^2)[(c_1+c_2)+(c_1-c_2)e^{2aL/c_2}]} \right. \\ \left. + \frac{j}{2} \frac{e^{-\frac{c_1}{2L}(t+\frac{x}{c_2})} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\} + e^{-\frac{c_1}{2L}(t-\frac{x}{c_2}-\frac{2L}{c_2})} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}}{\left[a^2 - \frac{c_1^2}{4L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}^2 \right] \left[b^2 - \frac{c_1^2}{4L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}^2 \right] \frac{c_1-c_2}{c_2} L e^{\frac{c_1}{2L} \left\{ \log \left| \frac{c_2+c_1}{c_2-c_1} \right| + 2n\pi j \right\}} \right] \quad (12)$$

$$(t > \frac{x}{c_2} + \frac{2L}{c_2})$$

2. 港口からの散逸波を考慮した場合。

港口から外海への散逸波に対する表示式を次の形におくことが出来る。

$$\textcircled{1} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} r\right) \cos n\theta e^{j\sigma t} \quad (13)$$

$$\textcircled{2} = j \frac{\sigma}{c_1} \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^{(2)'}\left(\frac{\sigma}{c_1} r\right) \cos(n\theta) \cdot e^{j\sigma t} \quad (14)$$

ただし、 $\textcircled{1}$ および $\textcircled{2}$ は、垂直方向の変位、および動歪方向の流速を表す。ここで、前項での種々の境界条件の上に更に coast line での近似的な条件 $(u_r)_0 + (u_r)_\infty = 0$ を考慮する。港口での境界条件により

$$2a_1 \cos \frac{\sigma}{c_1} x - a_2 \left[e^{-j\frac{\sigma}{c_2} x - 2j\frac{\sigma}{c_2} L} + e^{j\frac{\sigma}{c_2} x} \right] + \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} r\right) \cos(n\theta) = 0 \quad (15)$$

$$(x=0, r=R)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} \left[\frac{n}{r} H_n^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} r\right) - \frac{\sigma}{c_1} H_{n+1}^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} r\right) \right] = e^{-2j\frac{\sigma}{c_2} L} a_2 \frac{c_1}{c_2} \left[j(\cos 2\frac{\sigma}{c_2} L - 1) - \sin 2\frac{\sigma}{c_2} L \right] \quad (16)$$

$$(r=R)$$

しかるに

$$e^{jfx} = e^{jfr \cos \theta} = \sum_{m=0}^{\infty} D_m \cdot \cos m\theta \cdot \hat{x}^m \cdot J_m(fr) \quad , \quad J_m(-z) = (-1)^m J_m(z)$$

($D_0 = 1, D_m = 2 (m > 0)$)

なる関係式を利用すると、(15)式は、

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right) \cos n\theta + 2a_1 \left\{ J_0\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right) \cos 2n\theta \right\} \\ - 2 \bar{e}^{-j\frac{\sigma}{c_2} L} a_2 \left[J_0\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right) \cos \frac{\sigma}{c_2} L + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right) \cos n\theta \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\sigma}{c_2} L\right) \right] = 0 \quad (17)$$

上式で、 $\cos m\theta$ の各々の係数を0とおいて、次式を得る。

$$C_0 = \frac{2 \left[\bar{e}^{-j\frac{\sigma}{c_2} L} \cos \frac{\sigma}{c_2} L \cdot J_0\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right) a_2 - J_0\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right) a_1 \right]}{H_0^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right)} \quad , \quad C_1 = \frac{-4 \bar{e}^{-j\frac{\sigma}{c_2} L} J_1\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right) \sin \frac{\sigma}{c_2} L}{H_1^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right)} a_2 \\ C_2 = \frac{-4 \left[\bar{e}^{-j\frac{\sigma}{c_2} L} \cos \frac{\sigma}{c_2} L \cdot J_2\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right) a_2 - J_2\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right) a_1 \right]}{H_2^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right)} \quad , \quad C_3 = \frac{4 \bar{e}^{-j\frac{\sigma}{c_2} L} \sin \frac{\sigma}{c_2} L J_3\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right)}{H_3^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right)} a_2$$

上式の各係数を (16) 式へ代入すると次の関係式を得ることが出来る。

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\pi \frac{\sigma}{c_1} J_0\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right) \frac{H_1^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right)}{H_0^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right)}}{\left[\frac{c_1}{c_2} \{ 1 - \bar{e}^{-2j\frac{\sigma}{c_2} L} \} + \pi \frac{\sigma}{c_1} \bar{e}^{-j\frac{\sigma}{c_2} L} \cos \frac{\sigma}{c_2} L \cdot J_0\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right) \frac{H_1^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right)}{H_0^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right)} + \left(\frac{H_1^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right)}{1} - \frac{\sigma}{c_1} H_2^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right) \right) \frac{4 \bar{e}^{-j\frac{\sigma}{c_2} L} J_1\left(\frac{\sigma}{c_2} R\right) \sin \frac{\sigma}{c_2} L}{H_1^{(2)}\left(\frac{\sigma}{c_1} R\right)} + \dots \right]} \\ = P + jQ \quad (18)$$

従って、この場合の港内波高は、

$$\eta = \frac{c_1 a_0 (a + b)}{\pi} H_0 \int_{-\infty}^{\infty} (P + jQ) \frac{e^{j\sigma(t + \frac{x}{c_2})} + e^{j\sigma(t - \frac{x}{c_2} - \frac{2L}{c_2})}}{(\alpha^2 + \sigma^2)(\beta^2 + \sigma^2)} d\sigma \quad (19)$$

すなわち、上式を、色々な波長を有する入射波に対して、数値計算することによって、湾口からの散逸エネルギーを考慮した場合の港内波高を近似的に推定出来る。また、上述の諸計算から、湾口からの散逸波エネルギーの伝播方向の分布、それから、湾口に面する外海の深さによる、エネルギーの減衰の様相、および、湾口からの任意半径距離における散逸波の水位上昇の程度が求められる。

なお、本文作成にあたり、田中清教授、室田明助教授の励ましに、厚く感謝の意を表わします。