II－4　成層流体中へのFORCED PLUME の噴出

電研　正員　日野幹雄

1：　静止した流体中へその流体と同一あるいは相異る密度の流体を噴出させる場合の研究は，TOLLMIEN（ZAMM 5，1926）に始まり SCHMIDT（ZAMM 21，1941），YIH（U.S.C.Ap.Me.,1951；AGU 32，1952），岩崎・千秋（土木学会誌 38，1953），ROUSE ET AL.（*Tellus* 4，1954），PAI（JAM ，1955）等の多くの研究がある。これらは，いずれも PRANDTL の混合距離理論と密度・流速分布の相似の仮定に基いて，流軸に垂直な断面内の密度・流速分布の形を求めるものである。しかし，重力場の影響を考慮するとき，殊に静止流体の密度が高さとともに変化する場合には，もはやこの方法は適用しえなくなる。この様な場合を最初に取扱ったのは MORTON，TAYLOR，TURNER（Proc. Roy. Soc. A 238，1956）であるが，MORTON はその後（J.F.M. 5，1959）更にその解法を巧みにした。本論文は MORTON の方法を更に押し進めて，噴出流体（FORCED PLUME）が MASS，MOMENTUM，BUOYANCY FLUX をもつ場合を論じたものである。実際問題としては，冬期のスモッグ発生期の煙の拡散や下水の海中処理の場合にあたる。例へば，スモッグ発生期には大気下層は気温の逆転層となることが多く，この層内の大気は極めて安定で風による煙の拡散は少く大気は極度に汚染される。この対策の一つとして，煙が逆転層をつきやぶって，大気攪乱の強い上層迄達する様にする方法が考えられる。

2：　PLUME の噴出方向を X とし，これに垂直な断面内の MASS FLUX を $W\ (\sim b^2U)$，MOMENTUM FLUX を $\rho V^2\ (\sim \rho b^2 U^2)$，BUOYANCY FLUX を $F\ (\sim (\rho_e-\rho)/\rho_0 \cdot b^2 U)$，静止流体の密度勾配を $-G\ (=\frac{g}{\rho_0}\frac{d\rho_e}{dx})$ とし　更に PLUME は流速に比例する割合（α）で周囲の流体を混入する〔RICOU & SPALDING（J.F.M. 11，1961）〕とすると，運動方程式は，流量・運動量・質量の各保存則となる。一般に EXCESS BUOYANCY FLUX は原点で一定（F_0）と考えられるから，次の変換

$$F=|F_0|\,f\ ,\quad V=2^{\frac{1}{4}}\lambda^{\frac{1}{2}}|F_0|^{\frac{1}{2}}G^{-\frac{1}{4}}v\ ,\quad W=2^{\frac{5}{8}}\alpha^{\frac{1}{2}}\lambda^{\frac{1}{4}}|F_0|^{\frac{3}{4}}G^{-\frac{5}{8}}w\ ,\quad X=2^{-\frac{5}{8}}\alpha^{-\frac{1}{2}}\lambda^{-\frac{1}{4}}|F_0|^{\frac{1}{4}}G^{-\frac{3}{8}}x \qquad (1)$$

を行えば，基礎方程式は無次元形 (2) で表わされる。

$$\frac{dw}{dx}=v\ ,\qquad \frac{dv^4}{dx}=fw\ ,\qquad \frac{df}{dw}=-w \qquad (2)$$

この式を解くにあたって，まず初期条件から作られる次の2つの無次元パラメーターを導入する。

$$\nu=\frac{1}{1+\dfrac{\lambda^2F_0^2}{GV_0^4}}\ ;\qquad \tau=\frac{1}{1+2\alpha\lambda^{\frac{1}{2}}|F_0|^{3/2}G^{-3/4}W_0^{-1}} \qquad (3)$$

こゝに，ν は PLUME の噴出速度に，τ は噴出量に関するパラメーターである。

(2) は　$t\ (=2(1-\nu)v^4)$ に関して次の様に解ける。

〔I〕　$F_0>0$　の場合　t は ν から 1 迄増加し，又 1 から次第に 0 迄減少する。

（$\nu\leq t\leq 1$）

$$f=(1-\nu)^{-\frac{1}{2}}(1-t)^{\frac{1}{2}} \qquad (4a)$$

$$w^2=w_0^2+2^{-\frac{1}{4}}(1-\nu)^{-\frac{3}{4}}\int_\nu^t t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}}dt \qquad (4b)$$

$$x = 2^{-\frac{7}{8}}(1-\nu)^{\frac{1}{8}} \int_{\nu}^{t} \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1}(1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^{t} t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}} dt} \right\}^{-1} dt \tag{4c}$$

$(1 \geq t \geq 0)$

$$f = -(1-\nu)^{-\frac{1}{2}}(1-t)^{\frac{1}{2}} \tag{5a}$$

$$w^2 = 2^{-\frac{1}{4}}(1-\nu)^{-\frac{3}{4}} \left[\tau(1-\tau)^{-1}(1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^{1} t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}} dt + \int_{t}^{1} t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}} dt \right] \tag{5b}$$

$$\begin{aligned} x = 2^{-\frac{7}{8}}(1-\nu)^{\frac{1}{8}} \Big[& \int_{\nu}^{1} \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1}(1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^{t} t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}} dt} \right\}^{-1} dt \\ & + \int_{t}^{1} \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1}(1-\nu)^{3/4} + \int_{\nu}^{1} t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}} dt + \int_{t}^{1} t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}} dt} \right\}^{-1} dt \Big] \end{aligned} \tag{5c}$$

〔II〕 $F_0 < 0$ の場合には t は ν から 0 へと減少する。 x についてのみ解を記せば，次の様である。

$$x = 2^{-\frac{7}{8}}(1-\nu)^{\frac{1}{8}} \left[\int_{t}^{\nu} \left\{ \sqrt{1-t} \sqrt{\tau(1-\tau)^{-1}(1-\nu)^{3/4} + \int_{t}^{\nu} t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{-\frac{1}{2}} dt} \right\}^{-1} dt \right. \tag{6}$$

実際のPLUMEは，$F=\mu' F_0$　$V=\nu' V_0$ の強さの点源から噴出すると考えられる。σを点源でのPLUMEの強さに関するパラメーターとすれば，$\mu'=(1-\sigma)(1-\nu)^{-1}$，$\nu'=\sigma/\nu$ である。

3： PLUMEの上昇限界$\bar{x}$は (5c)(6)の右辺の最終項の積分下限を$t=0$として与えられ，その結果は下図に示す通りである。PLUMEの噴出量が少い時は，噴出速度を増加すれば，逆に上昇限界が低くなる。これは，速度増加によって周囲の流体を混入し，その結果浮力の作用を相殺するためと解釈される。

密度勾配の不連続な場合は，上の結果をすぐ利用できる。密度の不連続な二層の場合の理論は，講演時にゆずる。

最後に，数値計算に協力いただいた電研資料室の平尾睦嬢に感謝の意を表したい。