

I-81 非対称断面の梁に対するたわみ角式

信州大学工学部 正員 草間孝志

本報告は非対称断面部材からなるラーメンをたわみ角法を用いて解く方法を述べんとするものである。

1. 端モーメント式

ラーメンから取り出した一部材、たとえば x 軸に平行な部材 AB について考える。いまこの部材の主軸を v, w とし、 v, w と y, z とのなす角を α_{xAB} とする。このとき α_{xAB} は部材軸 (x 軸) の原典に向つて右まわりにとる。すると、たとえば A 端に対する端モーメント式は

$$M_{xAB} = \frac{2E}{l_{AB}} [I_{wAB} (2\tau_{wA} + \tau_{wB}) \cos \alpha_{xAB} - I_{vAB} (2\tau_{vA} + \tau_{vB}) \sin \alpha_{xAB}],$$

$$M_{yAB} = \frac{2E}{l_{AB}} [I_{vAB} (2\tau_{vA} + \tau_{vB}) \cos \alpha_{xAB} + I_{wAB} (2\tau_{wA} + \tau_{wB}) \sin \alpha_{xAB}]$$

となる。しかし、上式右辺の接線角 τ は

$$\tau_{wA} = (\phi_{xA} - R_{xAB}) \cos \alpha_{xAB} + (\phi_{yA} - R_{yAB}) \sin \alpha_{xAB},$$

$$\tau_{vA} = (\phi_{yA} - R_{yAB}) \cos \alpha_{xAB} - (\phi_{xA} - R_{xAB}) \sin \alpha_{xAB}.$$

また、 v, w は AB 部材の主軸であるから $I_{vw} = 0$,

$$I_{xAB} = I_{wAB} \cos^2 \alpha_{xAB} + I_{vAB} \sin^2 \alpha_{xAB},$$

$$I_{yAB} = I_{vAB} \cos^2 \alpha_{xAB} + I_{wAB} \sin^2 \alpha_{xAB},$$

$$I_{xyAB} = \frac{1}{2} (I_{vAB} - I_{wAB}) \sin 2\alpha_{xAB}$$

となり、これらの関係を用いると A 端の端モーメント式として次式を得る。

$$M_{xAB} = k_{xAB} [(2\phi_{xA} + \phi_{xB} + \psi_{xAB}) + \mu_{xAB} (2\phi_{yA} + \phi_{yB} + \psi_{yAB})] + C_{xAB},$$

$$M_{yAB} = k_{yAB} [(2\phi_{yA} + \phi_{yB} + \psi_{yAB}) + \mu_{yAB} (2\phi_{xA} + \phi_{xB} + \psi_{xAB})] + C_{yAB}.$$

こゝに、 $k = K/K_0$, $\phi = 2EK_0\theta$, $\psi = -6EK_0R$, $K = I/l$, $K_0 =$ 規準剛度, $\mu = -I_{xy}/I$, $C =$ 荷重項 である。

また、A 端における捩りモーメント M_{xAB} は

$$M_{xAB} = 2\beta k_{xAB} (\phi_{xA} - \phi_{xB}) + C_{xAB}.$$

こゝに、 $\beta = m/8(m+1)$, $K = J/l$, $J =$ 捩り抵抗係数, $C =$ 中周トルクに対する荷重項, $m =$ ポアソン数 である。特別な場合として、

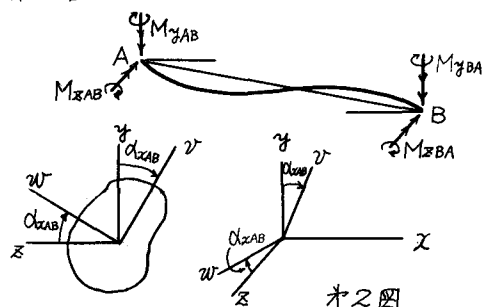
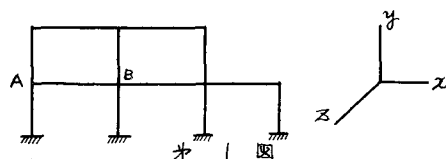
i) 対称断面の場合には $\alpha_{xAB} = 0$ にして $I_{xyAB} = 0$ より $\mu_{xAB} = 0$, $\mu_{yAB} = 0$ 。

ii) $\alpha_{xAB} = 45^\circ$ の場合 (たとえば等辺山形鋼の両フランジを y, z 軸に一致させた場合)

$$k_{xAB} = k_{yAB}, \quad \mu_{xAB} = \mu_{yAB}$$

2. 弾性方程式

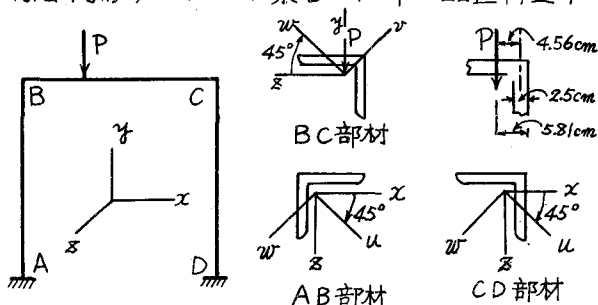
上記の端モーメント式を用いて、各節点について、 $\sum M_x = 0$, $\sum M_y = 0$, $\sum M_z = 0$, $\sum X_x = 0$, $\sum X_y = 0$ を適用することによつて得られる。ただし、 X は端センカ。



3. 計算例

オ3図に示すような等辺山形鋼の部材からなる門形ラーメンの梁BCに単一鉛直荷重Pが作用している場合に対して計算する。

オ3図の u, v, w 軸はそれぞれ部材の主軸を示すものであつて必ずしも全部材に対して共通な軸ではない。弾性方程式は表-2に示すように9元連立方程式となる。特に荷重がスパンの中央に作用するときには弾性方程式は対称性により $\sum M_{xB}=0, \sum M_{yB}=0, \sum M_{zB}=0, \sum X_{xB}=0$ の4式で十分である。



オ3図

表-1 部材寸法, 剛比, μ の値

部材	AB	BC	CD
断面(mm)	200X200X25	200X200X25	200X200X25
長さ	l	l	l
I			
I_x	1	0.0566	1
I_y	0.0566	1	0.0566
I_z	1	1	1
μ			
μ_x	0.555	0	-0.555
μ_y	0	-0.555	0
μ_z	0.555	-0.555	-0.555

ただし $m=4$ とする。

表-2 弾性方程式

	P_{xB}	P_{yB}	P_{zB}	P_{xB}	P_{yB}	P_{zB}	P_{xB}	P_{yB}	P_{zB}	P_{xB}	P_{yB}	P_{zB}
1	2.011	-0.0113				1.110						
2	-0.0113	2.011				-1.110						
3			2.011	1	-1.110	-0.555	1	-1				
4			1	2.011	-0.555	-1.110	1	-1				
5	1.110		-1.110	-0.555	4	1			0.555	1	-C_{xBC}	-C_{xBC}
6		-1.110	-0.555	-1.110	1	4			-0.555	1	-C_{yBC}	-C_{yBC}
7	3		3	3		-1.665	4	-2	1.110			
8		3	-3	-3		1.665		-2	4	-1.110		
9	1.665	-1.665				3	3	1.110	-1.110	4		

表-3 解 係数 $PL/1000$

	P_{xB}	P_{yB}	P_{zB}	P_{xB}
本法による解	-42.3	+33.7	+61.3	+13.8
通常解	0	0	+41.7	0
差%			-32	

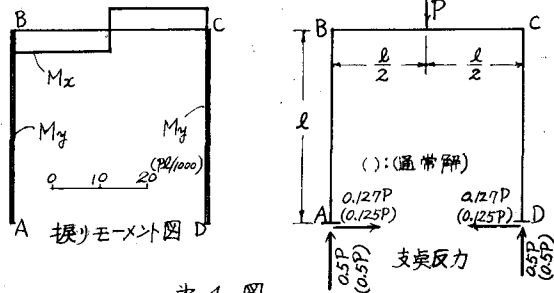
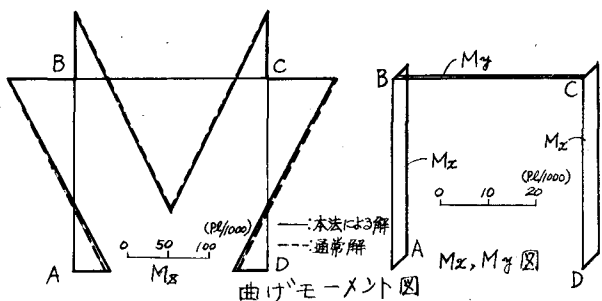
ただし $l=5m$

表-4 端モーメント 係数 $PL/1000$

	A	B	B	C	C	D
M_x	+4.6	-0.6	+4.6	+4.6	-4.6	+4.6
M_y	-0.4	+0.4	-0.4	+0.4	-0.4	+0.4
M_z	+45.0	+82.4	-82.4	+82.4	-82.4	-45.0
M	+41.7	+83.3	-83.3	+83.3	-83.3	-41.7
$(M-M)/M$	-7	+1	+1	+1	+1	-7

M:通常解

ただし $l=5m$



オ4図

この場合の解を表-3に示す。各部材の端モーメントを計算すると表-4の如くなる。オ4図はモーメント図、支反反力を示す。以上の結果から、この計算例の場合に対しては M_x の値は通常解とさほど大きな差はないが(最大7%)、これに対して、たわみ角、部材角にはかなりの相違があることが分る。

連続梁その他の計算例は講演会で述べる。