

信州大学工学部 谷本勉之助

昨年のこの年次大会で梁の場合について概要を報告した。今回は主としてラーメンの場合について報告したい。

座標。座標のとり方は、梁の場合にならって図-1のとおりとする。撓みは下方または右方を正にとり、流通座標 $\rho = x/l$ は各部材の左から右へ、または下から上へとる。これに応じて曲げモーメント M は下方または右方に凸の撓み方をするものを正にとる。

集中荷重。集中荷重 P の作用する部材の撓みは

$$\eta = \frac{Pl^3}{6EI} [1 \ \rho \ \rho^2 \ \rho^3] N (1 \ \kappa \ \kappa^2 \ \kappa^3) \quad (0 < \rho < \kappa),$$

$$\eta' = \frac{Pl^3}{6EI} [1 \ \rho \ \rho^2 \ \rho^3] \bar{N} (1 \ \kappa \ \kappa^2 \ \kappa^3) \quad (\kappa < \rho < 1). \quad (\text{カッコは列ベクトル})$$

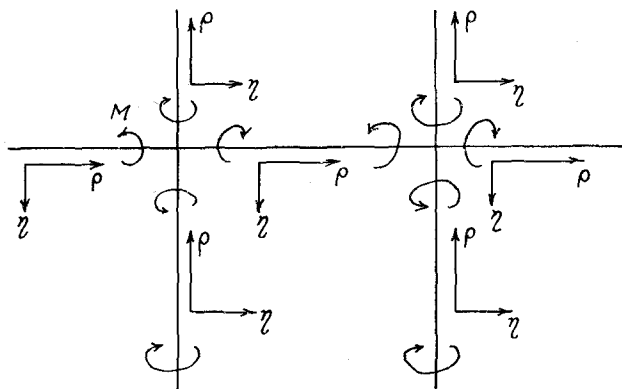


図-1

ここに $\rho = x/l$, $\kappa = \xi/l$ (ξ は荷重 P の作用点の座標)。 N , $\bar{N}$ はそれぞれ

$$N = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1 & b_1 & b_2 & b_3 \\ a_2 & b_2+3 & c_2 & c_3 \\ a_3-1 & b_3 & c_3 & d_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{N} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3-1 \\ a_1 & b_1 & b_2+3 & b_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 & c_3 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{bmatrix}.$$

この 2 つのマトリクスは互いに転置 (transpose) である。荷重のよい方向の撓みは、荷重方向の影響を受けて、

$$\eta_i = \frac{Pl_i^3}{6EI_i} [1 \ \rho \ \rho^2 \ \rho^3] N_i (1 \ \kappa \ \kappa^2 \ \kappa^3) \quad (0 < \rho < 1)$$

の形をとる。ここに N_i は

$$N_i = \begin{bmatrix} a'_0 & a'_1 & a'_2 & a'_3 \\ b'_0 & b'_1 & b'_2 & b'_3 \\ c'_0 & c'_1 & c'_2 & c'_3 \\ d'_0 & d'_1 & d'_2 & d'_3 \end{bmatrix}.$$

節点における接続条件を考慮して N , $\bar{N}$, N_i , ... を定めればよい。これらを固有マトリクス (eigen-matrix) とよぶことができる。

満載等分布荷重。満載等分布荷重 (強度 q) の作用する部材の撓みは

$$\eta = \frac{ql^4}{24EI} [1 \ \rho \ \rho^2 \ \rho^3 \ \rho^4] N, \quad \text{ここに } N = (a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ 1).$$

荷重のない区間の撓みは、荷重区間の影響を受けて、

$$\eta_i = \frac{qL^4}{24EI_i} [1 \rho \rho^2 \rho^3 \rho^4] N_i \quad (\text{ここに } N_i = (a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ 0))$$

の形をとる。やはり N_i, N_j はそれぞれの部材の固有マトリクスである。

その他の荷重状態に対する固有マトリクスは、集中荷重の場合を積分して求める。

接続条件。部材が節点において接続している条件は、部材数に応じて表-1 のとおりである。

表-1

	節点の状態	モーメント釣合式	回転角釣合式
2部材結合節点		$M_1 - M_2 = 0$	$\theta_1 = \theta_2$ $\left(\frac{d\eta_1}{d\rho}\right)_{\rho=1} = \left(\frac{d\eta_2}{d\rho}\right)_{\rho=0}$
3部材結合節点		$M_1 + M_2 - M_3 = 0$	$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ $\left(\frac{d\eta_1}{d\rho}\right)_{\rho=1} = \left(\frac{d\eta_2}{d\rho}\right)_{\rho=1} = \left(\frac{d\eta_3}{d\rho}\right)_{\rho=0}$
4部材結合節点		$M_1 + M_2 - M_3 - M_4 = 0$	$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4$ $\left(\frac{d\eta_1}{d\rho}\right)_{\rho=1} = \left(\frac{d\eta_2}{d\rho}\right)_{\rho=1} = \left(\frac{d\eta_3}{d\rho}\right)_{\rho=0} = \left(\frac{d\eta_4}{d\rho}\right)_{\rho=0}$

表-1 の節点の状態に応じた接続マトリクスを組立ておいて計算を進める。

例題。簡単な応用例として、図-2 の門型ラーメンの解は

$$N_{\eta_1} = \frac{1}{2(1+6k)(2+k)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3k(5+8k) & -3k(13+12k) & 12(2+k) \\ 0 & 3(4+13k) & -3(8+15k) & 6(2+k) \\ 2(1+6k)(2+k) & 12k(2+k) & 6(2+k) & -4(2+k) \end{bmatrix}$$

$$N_{\eta_2} = \frac{1}{2(1+6k)(2+k)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2(1+6k)(2+k) \\ 0 & 3k(5+8k) & 3(4+13k) & 12(2+k) \\ 0 & -3k(13+12k) & -3(8+15k) & 6(2+k) \\ 0 & 12k(2+k) & 6(2+k) & -4(2+k) \end{bmatrix}$$

$$N_{\eta_3} = \frac{1}{2\alpha(1+6k)(2+k)} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3(1-5k) & -3(5-3k) & 6(2+k) \\ 0 & 3(1+6k) & -3(1+6k) & 0 \end{bmatrix} \quad \left(\alpha = \frac{h}{l}, \quad k = \frac{hI_1}{lI_2} \right)$$

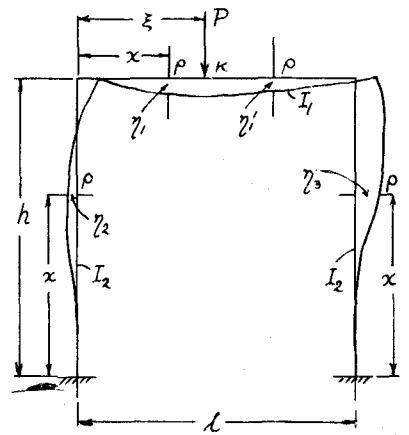


図-2