

I-78 高さを考慮せる單純桁の光弾性模型実験による撓みと 応力度分布に関する研究

室蘭工業大学 正員 ○中村作太郎
室蘭工業大学 正員 畚匠 勲

1. 緒言

支間に比べ高さを厚い單純桁の光弾性模型実験については、E. G. Coker & L. N. G. Filon, M. M. Frocht, 福原達三の諸氏によつて研究されているが撓みとの関係について吟味検討したものは余り見当らない。そこでこの撓みと応力度分布との関係を明白ならしめ、單純桁の正しい嚴密な理論を見出すため、支間が一定 ($l=90\text{ cm}$) で高さを種々異なる15本のエポキシ樹脂模型 ($h=0.146\text{ cm} \sim 4.007\text{ cm}$) を製作し、理研標準型の光弾性実験装置と島津製讀取顕微鏡(A型)を用いて応力度分布と撓みを求めた。すなわち従来の單純桁理論によつて計算した中央の最大撓みは高さの増加にともない実験値と著しく離れて行く事がわかつた。これを云い換へるならば従来の撓み公式によつて実験値より逆に求めたEの値が高さの変化にともない著しく変化する事を意味するものであり、従来の單純桁理論は多くの假定のもとで成立するも實際には当てはまらない場合が可成りあり、不完全なものと云わざるを得ない。そこでこの差異の生ずる原因を光弾性実験解析によつて求めた断面応力度の分布より吟味探究し、集中荷重による極部応力の影響と上面に生ずる軸圧縮応力度の増加傾向を明白ならしめ、高さの増加にともなう撓みの増大傾向に対し理論的裏付けを行なつた。

2. 実験方法

光弾性模型材料エポキシ樹脂で全長 9.4 cm (支間 $l=90\text{ cm}$) の模型No.1~No.15を製作し、光弾性実験装置の荷重支持台に載せ、模型桁の上面中央部に集中荷重P (表-1参照) を載荷し讀取顯微鏡によつて中心線の中央点における無直変位 (撓み) を精密に測定した。また同模型を同一荷重状態で水銀燈の光源によつて光弾性撮影し縞字寫を得た。更にまたアクリル樹脂板による同一寸法の模型を作り、これを用い白色燈の光源によつて等傾線をスクリーン上に張つたトレーシングペーパーの上に、傾角の変化によつて一フーフプロットし、図-1に示す断面につき、剪断応力差積分法によつて実験解析を行なつた。

表-1

試験片 の番号	断面の高さ $h(\text{cm})$	h/l	慣性モーメント $I(\text{cm}^4)$	断面係数 $W(\text{cm}^3)$	中央荷重 $P(\text{kg})$
No. 1	0.146	0.0162	0.00156	46.720	0.25
No. 2	0.253	0.0281	0.00810	158.130	0.50
No. 3	0.384	0.0427	0.02837	67.820	5.00
No. 4	0.693	0.0770	0.06641	20.820	12.50
No. 5	0.877	0.0977	0.03758	12.740	25.00
No. 6	1.244	0.1382	0.06257	6.462	37.50
No. 7	1.613	0.1792	0.207830	3.843	50.00
No. 8	1.861	0.2068	0.322280	2.887	75.00
No. 9	2.127	0.2366	0.482500	2.206	75.00
No. 10	2.454	0.2727	0.737910	1.661	75.00
No. 11	2.734	0.3038	1.021800	1.338	75.00
No. 12	3.017	0.3352	1.373080	1.077	100.00
No. 13	3.377	0.3752	1.925570	0.878	100.00
No. 14	3.717	0.4130	2.587720	0.724	100.00
No. 15	4.007	0.4452	3.216830	0.623	100.00

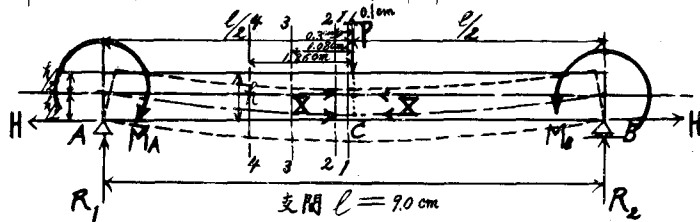


図-1

荷重の大きさは何れも弾性限度以内に止めるため、予め、許容荷重を計算しこれを標準として定めた。撓みの測定には、荷重—撓み曲線を描くため順次荷重を増加する方法をとつた。尚、讀取顯微鏡は白色光源より出た光りが光弾性実験装置の投影レンズを通過して像を結ぶ位置に設置して好結果をおさめた。

3. 撓みと曲げ弾性係数

エポキシ樹脂の曲げ弾性係数 $E = 30,000 \text{ kg/cm}^2 \sim 50,000 \text{ kg/cm}^2$ (常温) とされているが勿論その材質によって成りの差異が認められている。最初 $E = 30,000 \text{ kg/cm}^2$ を用い単純桁公式によって撓みを計算したところ実験値と可成りの差異が認められ、特に $\frac{P}{l}$ の増加にともない実験値の方が遙かに大きくなって行くことがあった。それで逆に実験撓みから従来の単純桁公式の他、2, 3 の理論公式を作つて E を計算したところ、図-2 の如くなつた。尚、計算に用いた公式は次の通りである。(図-2 の註参照)

$$\text{I, I' 曲線} \dots y_c = \frac{Pl^3}{48EI}, E = \frac{Pl^3}{48I y_c} \dots (1)$$

$$\text{II, II' 曲線} \dots y_c = \frac{Pl^3}{48EI} (1 + 3.70 \frac{h^2}{l^2}), E = \frac{Pl^3}{48I y_c} (1 + 3.70 \frac{h^2}{l^2}) \dots (2)$$

$$\text{III, III' 曲線} \dots \left\{ y_c = \frac{Pl^3}{48EI} (1 + 3.70 \frac{h^2}{l^2} + 3.0 \frac{H}{P} \frac{h}{l}) \right\} \dots (3)$$

$$\text{IV, IV' 曲線} \dots \left\{ E = \frac{Pl^3}{48I y_c} (1 + 3.70 \frac{h^2}{l^2} + 3.0 \frac{H}{P} \frac{h}{l}) \right\}$$

$$\text{V, V' 曲線} \dots \left\{ y_c = \frac{Pl^3}{48EI} \left[-\frac{H}{X} \left(\frac{h}{2} \xi \right) - \frac{P}{2X} \left\{ \frac{1}{l} \left(\frac{h}{2} - 1 \right) + \phi \right\} + \frac{H}{X} \right] \right. \\ \left. E = \frac{Pl^3}{48I y_c} \left[-\frac{H}{X} \left(\frac{h}{2} \xi \right) - \frac{P}{2X} \left\{ \frac{1}{l} \left(\frac{h}{2} - 1 \right) + \phi \right\} + \frac{H}{X} \right] \right\} \dots (4)$$

$$\text{VI, VI' 曲線} \dots \left\{ y_c = \frac{Pl^3}{48EI} \left[-\frac{H}{X} \left(\frac{h}{2} \xi \right) - \frac{P}{2X} \left\{ \frac{1}{l} \left(\frac{h}{2} - 1 \right) + \phi \right\} + \frac{H}{X} + y_a \right] \right. \\ \left. E = \frac{Pl^3}{48I y_c} \left[-\frac{H}{X} \left(\frac{h}{2} \xi \right) - \frac{P}{2X} \left\{ \frac{1}{l} \left(\frac{h}{2} - 1 \right) + \phi \right\} + \frac{H}{X} + y_a \right] \right\} \dots (5)$$

ここに y_c : 支間中央部の撓み (cm), E : 曲げ弾性係数 (kg/cm^2), $\xi = \sqrt{\frac{X}{\mu KI}}$ 図-2

X : 軸圧縮力 (kg) で $\frac{A}{l} \int_0^l \frac{M_x}{X} dx$ で表わされ複雑な函数方程式となる。

4. 断面応力度 τ_{xy} , σ_y , σ_x

各模型につき縞字真をとリ等傾線を用いて断面応力度を解析した結果を2, 3 あげれば、図-4, 5, 6 の通りとなる。(図-3 の縞字真参照)

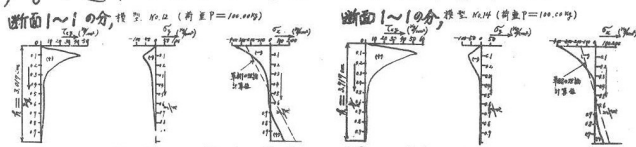


図-4, No. 12 の応力度 (I) 図-5, No. 14 の応力度 (I)

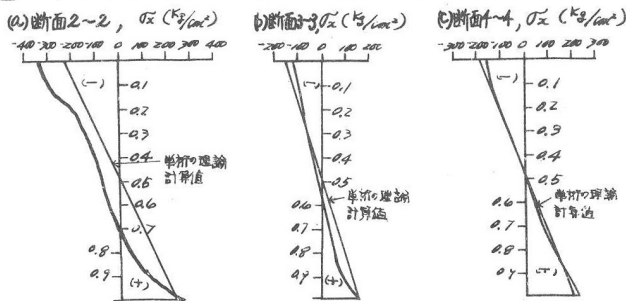
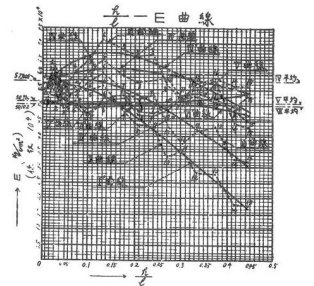


図-6, 模型 No. 12 の断面応力度 σ_x の図

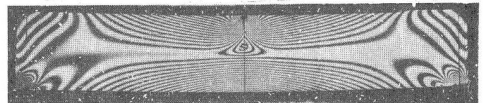
5. 結言

解析の結果は実験による撓みと $\frac{P}{l} - E$ の変化傾向の等なることを証明せる事となつた。

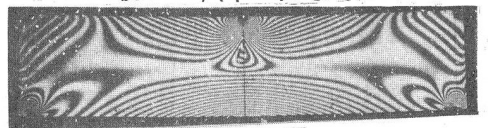


(註)
I, I': 従来の単純桁の理論に用いた場合の曲線
II, II': 等傾線の等傾線に用いた場合の曲線
III, III': 等傾線の等傾線に用いた場合の曲線
IV, IV': 等傾線の等傾線に用いた場合の曲線
V, V': 等傾線の等傾線に用いた場合の曲線
VI, VI': 等傾線の等傾線に用いた場合の曲線

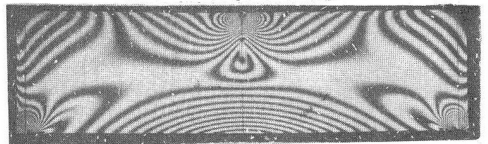
模型 No. 7 (P=50 kg)



模型 No. 9 (P=75 kg)



模型 No. 10 (P=75 kg)



模型 No. 12 (P=100 kg)

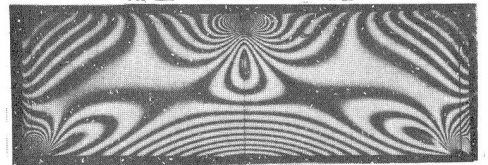


図-3, 縞字真