

I-76 電子計算機による格子桁の解法

鉄道技術研究所 正員 大地 羊三
伊藤忠電子計算 神山 茂

右図の如き格子桁の節点のたわみは、
次式を解く事によって求める事が出来る。(1)

$$[J][\eta][d]s\bar{d} + [d]s'\bar{d}'[\eta] = [p] \quad (1)$$

但し $[\eta]$ = 節点のたわみを表わす行列

$[p]$ = 節点荷重を表わす行列

$$[d] = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} 2, -1 \\ -1, 2, -1 \\ \vdots \\ -1, 2, -1 \\ -1, 2 \end{bmatrix}, [s] = \frac{a}{6EI_0} \begin{bmatrix} 4, 1 \\ 1, 4, 1 \\ \vdots \\ 1, 4, 1 \\ 1, 4 \end{bmatrix}, [d'] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b_1} \\ (\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2}) \\ \vdots \\ -\frac{1}{b_m} \end{bmatrix}, [s'] = \frac{1}{6EI} \begin{bmatrix} 2(b_1+b_2), b_2 \\ b_2, 2(b_2+b_3), b_3 \\ \vdots \\ b_{m-2}, 2(b_{m-2}+b_{m-1}), b_{m-1} \end{bmatrix}$$

$$[J] = \frac{1}{J_0} \begin{bmatrix} J_1 & & \\ & J_2 & \\ & & \ddots \\ & & & J_m \end{bmatrix}$$

$[\bar{d}]$ および $[\bar{d}']$ = 夫々 $[d]$ および $[d']$ の転置行列

$[J_0]$ = 基準に取った主桁の断面二次モーメント

(1)式をそのままの形で解く事は困難であるから、左から $[J]$ の対角元素の平方根を元素とする行列 $[\sqrt{J}]$ の逆行列 $[\sqrt{J}]^{-1}$ をかけて式を整理すると次式が得られる。

$$[y][g] + [g'][y] = [r] \quad \left(\begin{array}{l} \text{但し } [y] = [\sqrt{J}][\eta], [g] = [d][s]^{-1}[\bar{d}] \\ [r] = [\sqrt{J}]^{-1}[p], [g'] = [\sqrt{J}]^{-1}[\bar{d}][s]^{-1}[\bar{d}][\sqrt{J}]^{-1} \end{array} \right) \quad (2)$$

(2)式より $[y]$ を求めれば、節点のたわみおよび曲げモーメントは次式で計算出来る。

節点のたわみ

$$[\eta] = [\sqrt{J}]^{-1}[y] \quad (3)$$

節点における主桁の曲げモーメント

$$[M] = [\eta][d][s]^{-1} \quad (4)$$

節点における横桁の曲げモーメント

$$[M'] = [s]^{-1}[\bar{d}][\eta] \quad (5)$$

(2)式より $[y]$ を求める方法として Szabo は $[g]$, $[g']$ の固有値および固有ベクトルを用いる方法を取っているが、電子計算機を用いても固有ベクトルの計算は時間がかかるから、Leonhart に従って次の如き方法を採用した。

先づ行列 $[g]$ には次の如き性質がある事を利用し

$$[d][s]^{-1}[\bar{d}][\sin \frac{j\pi}{n+1}] = [\sin \frac{j\pi}{n+1}][K] \quad (6)$$

(1) F.J.Szabo "Die Berechnung von Brucken-Tragernosten" Stahlbau 27-6 P141/147, 1958

(2) 大地「行列による骨組構造物の解法」鉄道技術研究報告 No.260 p72/77, 1961

(3) 大地「格子桁の行列論的解釈」第10回応用力学連合講演会論文抄録集Ⅰ部 p71

但し $[\sin \frac{ij}{n+1} \pi] = \sin \frac{ij}{n+1} \pi$ と i, j 元素とする行列, $[K] = \frac{6EJ_0}{\alpha^3} \frac{4(1 - \cos \frac{\pi}{n+1})^2}{2 \cos \frac{\pi}{n+1} + 4}$ を対角元素とする行列

(2) 式のおから $[\sin \frac{ij}{n+1} \pi]$ をかけると

$$[y^*][K] + [g'] [y^*] = [r^*] \dots \dots \dots \left(\begin{array}{l} [y^*] = [y] [\sin \frac{ij}{n+1} \pi] = [y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*] \\ [r^*] = [r] [\sin \frac{ij}{n+1} \pi] = [r_1^*, r_2^*, \dots, r_n^*] \end{array} \right) \dots \dots \dots (7)$$

が得られる。(7) 式の $[y^*]$, $[r^*]$ の列ベクトルを別々に取り出して連立一次方程式を作ると次の(8)式が得られ, その解は(9)式の如くなる。

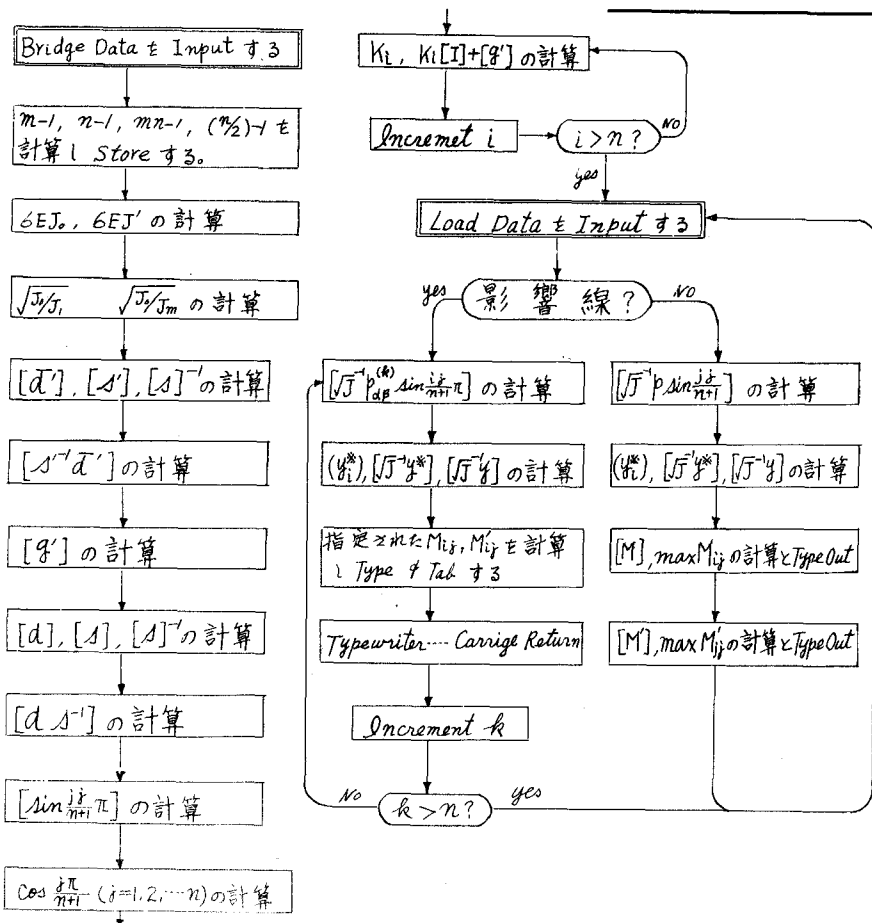
$$\{K_i[I] + [g']\} \{y_i^*\} = \{r_i^*\} \quad i=1, 2, \dots, n \dots \dots \dots (8) ; \{y_i^*\} = \{K_i[I] + [g']\}^{-1} \{r_i^*\} \quad i=1, 2, \dots, n \dots \dots \dots (9)$$

$[y^*]$ より $[y]$ を求めるには $\frac{2}{n+1} [\sin \frac{ij}{n+1} \pi] [\sin \frac{ik}{n+1} \pi] = [I]$ なる関係を用いて, 次の如くすればよい。

$$[y] = [y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*] \cdot \frac{2}{n+1} [\sin \frac{ij}{n+1} \pi] \dots \dots \dots (10)$$

以上の方法を用いて Bendix G15 で計算するためのプログラムを作成した。次にその Flow Chart を示す。尚計算所要時間は主桁 5 本, 横桁 5 本の影響線を求める場合で 35 分,

主桁 10 本, 横桁 10 本の影響線を求める場合で約 60 分である。



Bridge Data
 $n, m, E, J', \alpha,$
 $J, \dots, J_m, k_1, \dots, k_{m-1}$

Load Data
 荷重群のときは $[p]$ 。
 影響線のときは $\alpha,$
 β と求むべき $M_{ij},$
 M_{ij} の指定

$$[p]_{\alpha\beta}^{(k)} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \alpha & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \beta & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$