

I-73 両端単純支持された直交異方性板の振動性状について

熊本大学 正員 平井一男

まえがき

橋の固有振動数を求める場合に、最近迄橋の種類には関係なく式(1)で与えられる beam

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = p(x) \quad (1)$$

理論が使用されてきたが、巾員の大きい橋の固有振動数を上記の beam 理論によつて求め、理論値と実測値と比較すると、かなり異なつた値となる。しかしこのような巾員の大きい橋の固有振動数を直交異方性板理論を使用して求めると実測値とよく一致した値が得られることが成岡、米沢両博士によつて報告されている。

直交異方性板理論を使用して求められる振動モードは3種類であり、これらの各モードに対応する固有振動数は計算することができるが、実際に生じる振動の大きさはきわめて小さく、事実上無視しうるようなものも含んでいる場合も多いと考えられる。すなわち、発生する振動の大きさは、スパン、巾員、外力の函数とその作用点等によつてきまるものであるから、これら相互の関係を定量的に解析することは重要であると考えられる。

計算に使用した橋梁は昭和33年に大阪市に架設された長堀川新橋である。この橋は、巾員/スパンの比 R が約 0.72 であるので、この橋の巾員のみが変化した場合を想定して、 R が 0.72 ~ 4 の範囲で変化した場合に生じる振動の性状をしらべた。

橋に作用する外力としては仕意のものを考えてよいが、ここでは実際に起りうる内題として 20 km/h の一定速度で移動する走行荷重をとりあげた。(実際の移動荷重では、慣性の影響を考える必要があるが、ここでは簡単のために一定力が移動すると考えて解析を行なつた。)

なお、橋の減衰の影響は無視して考えた。

理論

直交異方性板の基礎微分方程式は、よく知られているように、式(2)にて与えられる。

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (2)$$

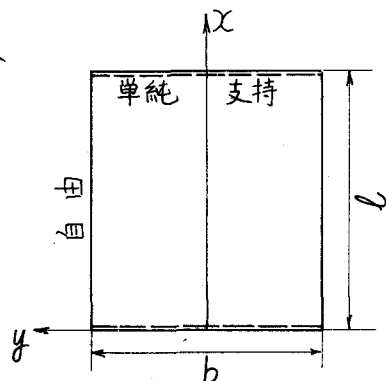
右図に示すように座標軸をとり、境界条件より振動数方程式、振動 Mode を求めると式(3)~(8)となる。

かんたんのために、次の記号を使用する。

$$\mu = \left(\frac{l}{m\pi} \right)^2 \sqrt{\frac{\rho \omega^2}{D_x}}, \quad \begin{cases} \gamma^2 = \mu + 1 \\ \gamma'^2 = \mu - 1 \end{cases}$$

$$\alpha = \sqrt[4]{R} \left(\frac{m\pi}{l} \right), \quad \begin{cases} r = \alpha \gamma \\ r' = \alpha \gamma' \end{cases}$$

$$R = D_x / D_y, \quad \begin{cases} r = \alpha \gamma \\ r' = \alpha \gamma' \end{cases}$$



Case A) $\mu - 1 < 0$

1) Type ①: x 軸に対称振動の場合

$$\gamma \{ \gamma^2 \sqrt{R} - \nu \} \{ \gamma^2 - (2 - \nu \sqrt{R}) \} \cosh(r b / 2) \sinh(r' b / 2) - \gamma \{ \gamma^2 \sqrt{R} - \nu \} \{ \gamma^2 - (2 - \nu \sqrt{R}) \} \cosh(r' b / 2) \sinh(r b / 2) = 0 \quad (3)$$

Case B) $\mu - 1 > 0$

2) Type ②: x 軸に対称振動の場合

$$\gamma \{ \gamma^2 + (2 - \nu \sqrt{R}) \} \{ \gamma^2 \sqrt{R} - \nu \} \cosh(r b / 2) \sin(r' b / 2) + \gamma \{ \gamma^2 - (2 - \nu \sqrt{R}) \} \{ \gamma^2 \sqrt{R} + \nu \} \sinh(r b / 2) \cos(r' b / 2) = 0 \quad (4)$$

3) Type ③: x 軸に逆対称振動の場合

$$\gamma \{ \gamma^2 \sqrt{R} - \nu \} \{ \gamma^2 + (2 - \nu \sqrt{R}) \} \sinh(r b / 2) \cos(r' b / 2) - \gamma \{ \gamma^2 \sqrt{R} + \nu \} \{ \gamma^2 - (2 - \nu \sqrt{R}) \} \sin(r' b / 2) \cosh(r b / 2) = 0 \quad (5)$$

式(3), (4), (5)の固有振動数に対する各モードは式(6)~(8)にて与えられる。

$$W_{1m} = (B \cosh r y + D \cosh r' y) \sin(m \pi x / \ell) \quad (6)$$

$$W_{2m} = (B \cosh r y + D \cosh r' y) \sin(m \pi x / \ell) \quad (7)$$

$$W_{3m} = (A \sinh r y + C \sinh r' y) \sin(m \pi x / \ell) \quad (8)$$

式(6)~(8)により振動モードの形は決定できるが、振中の大きさはきまつていないので、解析の便利上、式(9)を満足するように振中を決定する。

$$\iint \rho W_{nm}^2 dx dy = 1 \quad (9)$$

いま、このようにして決定した nm 次の振動モードの函数を W'_{nm} と書くと、外力 $P(t)$ が j 点に作用した時、測点 i 点における nm 次の振動モードに対する撓み W_{nm} は式(10)に示す微分方程式にて与えられる。

$$\ddot{W}_{nm} + \omega_{nm}^2 W_{nm} = P(t) W'_{nm}(x=i_x, y=i_y) W'_{nm}(x=j_x, y=j_y) \quad (10)$$

荷重が移動する場合には、上式において、 $j_x = \int v_x(t) dt$, $j_y = \int v_y(t) dt$ とおけばよい。式(10)を解いて nm 次の振動モードに対する撓み W_{nm} が計算できれば、測点 i の撓み W は式(11)にて与えられる。

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{nm} \quad (11)$$

結論

くわしい結果は当日発表するが、以下のことがいえると思う。

- 1) 中員の大きい橋では、板としての振動と、beamとしての振動との差が大きく生じる。
- 2) 中員/スパンの比、走行位置の選定方によつては、式(6)~(8)であらわされる各モードの振中が同じ程度の大きさとなるから、逆に動的撓みの測定結果を解析して、各モードの固有振動数を求める場合には、走行位置を適当に選ぶ必要がある。
- 3) 走行位置、測定点のとりかたによつては、従来の衝撞率の計算法によると、数100%の大きな衝撞率となることもあるから、衝撞率のとり方について、一考する必要があると考える。