

I-72 不規則平板の解法

岐阜大学工学部

正真

四野宮哲郎

入るべき、階差法によればどんな形と支持条件に対しても解くことができるが一般に不規則平板といつても千差万態で一般論をのべることはとうてい不可能である。こゝでは矩形スラブ橋が図のように車り滑かな出入のための曲線縁端をもつ場合を例にとつてこの場合に表われる諸問題について研究したことを発表する。

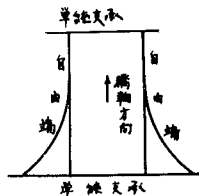


図-1

2. 自由端が屈折する場合の階差方程式

まず考えられることは曲線縁端をこれに近い直線で置換えて(近似解法)その場合に四部屈折点およびその附近の各点では次のように考えるのがよいと思う。(以下この節ではポアソン比=0 と仮定する)

自由端が屈折してゐるとしその前後に図-2 のように2種の正方形網目を考へ、図のように各格点に記号をつける。右の境界条件としては左の辺を考えたときのせん断力、

$$S_1 = \frac{M_e - M_i}{2\lambda} \quad (M \text{ はモーメント和})$$

右の辺を考えたときのせん断力、

$$S_2 = \frac{M_e' - M_i'}{2\lambda'} \quad (M \text{ はモーメント和})$$

および

右の間の換りモーメント T_1 による右の反力

左の間の換りモーメント T_2 による左の反力

以上4力の和が0にならねばならない。

よつて

$$\frac{S_1\lambda + S_2\lambda'}{2} - T_1 + T_2 = 0$$

又右の辺における左の辺に垂直方向の曲げモーメント=0, これらの条件により自由端外の点のたわみを消去し

$$\begin{aligned} \frac{P_A \lambda^4}{N} = & (13.5 - 1.5 \tan \theta + 2.5 \cos^2 \theta) w_4 - \{10 - 5.5 \tan \theta + 2 \cos^2 \theta (1 - \tan \theta)\} w_5 - (8 - 1.5 \tan \theta) w_6 \\ & - \{5 + \cot \theta - \tan \theta - 2 \sin \theta \cos \theta (1 - \tan \theta)\} w_7 + \left\{ \frac{\cot \theta}{1 + \tan \theta} - 3 \cos^2 \theta \right\} w_8 + (4 - 3 \tan \theta) w_9 \\ & + \left\{ 4 - 5 \tan \theta - 6 \sin \theta \cos \theta + \frac{1}{1 + \tan \theta} \right\} w_{10} + (2 - \tan \theta) w_{11} + (1 - 0.5 \tan \theta) w_{12} + \frac{\tan \theta}{2} (w_6 + w_7) \end{aligned}$$

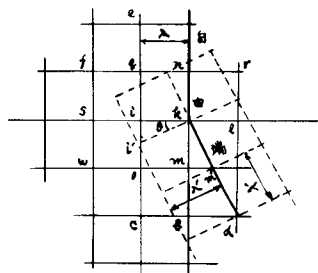


図-2

$$+ \tan \theta \omega_w + \frac{\cos^2 \theta}{2} \omega_d + (\tan \theta + 2 \cos^2 \theta \tan \theta - 2 \sin^2 \theta) \omega_c + \left(\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta \right) \omega_g$$

(ω_k : k 変のたわみ, N : 平板剛度, P_k : k 変の荷重強度)

3. 放射網目一般公式

放射網目の使用については, Marcus 氏が論じているが, $\nabla^2 M = -P$, $\nabla^2 w = -\frac{M}{N}$ とおけた場合のみであって, 直接 w の関数としての P の式は示していない。図-1 のような平板を解く場合は放射網目を使用する方が正確であることは論をまたない。それで w の関数としての P の階差方程式を導いてみた。

網目間隔および格点記号を図-3 のようにとれば

$$\begin{aligned} \frac{P_k}{N} = & \frac{1}{\Delta Y^2} \left(\frac{1}{\Delta Y} + \frac{1}{2r_k} \right) \left(\frac{1}{\Delta Y} + \frac{1}{2(r_k + \Delta Y)} \right) \omega_s + \frac{1}{\Delta Y^2} \left(\frac{1}{\Delta Y} - \frac{1}{2r_k} \right) \left(\frac{1}{\Delta Y} - \frac{1}{2(r_k - \Delta Y)} \right) \omega_t \\ & + \frac{1}{(\Delta S_2)^2} (\omega_u + \omega_v) + \frac{1}{\Delta Y} \left(\frac{1}{\Delta Y} + \frac{1}{2r_k} \right) \left(\frac{1}{\Delta S_1^2} + \frac{1}{\Delta S_2^2} \right) (\omega_p + \omega_r) \\ & + \frac{1}{\Delta Y} \left(\frac{1}{\Delta Y} - \frac{1}{2r_k} \right) \left(\frac{1}{\Delta S_3^2} + \frac{1}{\Delta S_2^2} \right) (\omega_o + \omega_g) - \frac{2}{\Delta Y} \left(\frac{1}{\Delta Y} + \frac{1}{2r_k} \right) \left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{1}{\Delta S_1^2} + \frac{1}{\Delta S_2^2} \right) \omega_l \\ & - \frac{2}{\Delta Y} \left(\frac{1}{\Delta Y} - \frac{1}{2r_k} \right) \left(\frac{2}{\Delta Y^2} + \frac{1}{\Delta S_3^2} + \frac{1}{\Delta S_2^2} \right) \omega_c - \frac{4}{\Delta S_2^2} \left(\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{1}{\Delta S_2^2} \right) (\omega_m + \omega_n) \\ & + \left\{ \frac{2}{\Delta Y^4} + \frac{1}{2\Delta Y^2(r_k^2 - \Delta Y^2)} + \frac{2}{\Delta S_2^4} + 4 \left(\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{1}{\Delta S_2^2} \right)^2 \right\} \omega_k \end{aligned}$$

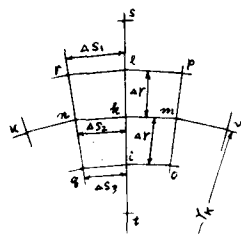


図-3

もし q, i, o の線が自由端であれば, オアソン比を ν とし次の境界条件によって ω_t を消去すればよい。(3 条件は行列表示, ν はオアソン比)

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\Delta Y} \left(\frac{1}{\Delta Y} + \frac{\nu}{2r_k} \right), -2 \left(\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{\nu}{\Delta S_2^2} \right), \frac{\nu}{\Delta S_2^2}, + \frac{1}{\Delta Y} \left(\frac{1}{\Delta Y} - \frac{\nu}{2r_k} \right) \right] \cdot \begin{bmatrix} \omega_p & \omega_l & \omega_r \\ \omega_m & \omega_k & \omega_n \\ \omega_k + \omega_v & \omega_n + \omega_u & \omega_n + \omega_u \\ \omega_o & \omega_i & \omega_g \end{bmatrix} = 0 \\ & \frac{1}{\Delta Y} \left\{ \frac{1}{\Delta Y} + \frac{1}{2(r_k + \Delta Y)} \right\} \omega_s - \frac{1}{\Delta Y} \left\{ \frac{1}{\Delta Y} - \frac{1}{2(r_k - \Delta Y)} \right\} \omega_t \\ & + \left(\frac{1-\nu}{\Delta S_2^2} + \frac{1}{\Delta S_1^2} \right) (\omega_p + \omega_r) + \left(\frac{1-\nu}{\Delta S_2^2} + \frac{1}{\Delta S_3^2} \right) (\omega_o + \omega_g) - 2 \left(\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{1-\nu}{\Delta S_2^2} + \frac{1}{\Delta S_1^2} \right) \omega_l + 2 \left(\frac{1}{\Delta Y^2} + \frac{1-\nu}{\Delta S_2^2} + \frac{1}{\Delta S_3^2} \right) \omega_i \\ & + \left\{ \frac{4(1-\nu)\Delta Y}{r_k \Delta S_2^2} - \frac{r_k}{\Delta Y(r_k^2 - \Delta Y^2)} \right\} \omega_k = 0 \end{aligned}$$

4. 正方形網目より放射網目に移行する付近の階差方程式

2. と同様の考慮で重複部に内挿法を使用すればよいがさらにめんどうな式になる。内挿法も各種考え得るが, 平板内部では四辺形が 4 頂点からその内部の一変り値を推定する方法, 自由縁端上では連続 3 変り又は 4 変りから縁端上 1 変り値を求めるのが適当と思われる。

詳しくは講演当日にゆずる。

* H. Marcus 「Die Theorie elastische Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten」 P.26 付近