

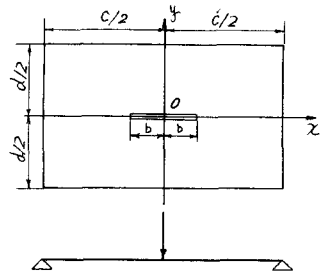
I-54 線荷重による平板の初期降伏ヒンゲについて

正員 室蘭工業大学 能町純雄

1. はしき 先の大会で最大主曲げモーメントがその附近で拋物線分布をなすとき、初期降伏ヒンゲ周辺の応力分布が平板内にどのようなになるかを解析し、初期降伏ヒンゲと最大主曲げモーメントが降伏モーメントを超過した中との間にある一定の比になった時、曲げモーメント分布が安定することと理論的に証明したが、平板に線荷重が作用する場合その直下では曲げモーメントの分布は拋物線とみなすことができない。即ち荷重直下に頂点を有する三角形分布となる。このような場合にも安定降伏ヒンゲ長というものが存在するかどうかを検討したものである。

2. 仮定 初期降伏ヒンゲ発生の条件として最大主曲げモーメント説

$$\frac{M_x + M_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(M_x - M_y)^2 + 4M_{xy}^2} \leq M_p \quad (1)$$



をとる。次に周辺と同じ境界条件を有する矩形板を考へる、この上には中心点に辺に平行なで、 y 座標の原点を設け $y=0$ に沿う線荷重を仮定する。そうしてこの荷重強度が増加して中央 $x=0$ に沿うて原点を中心に $2b$ なる初期降伏ヒンゲが生じたと考へる。この場合 x 方向剪断力は $x=0$ で消失し、降伏ヒンゲを除いては $x=0$ で $slope$ も零になる。

3. 理論解式 板のタワミを $w^{(0)}$, $w^{(2)}$ と2つに分けて考へる。 $w^{(0)}$ はこの板に降伏ヒンゲが生じたための附加タワミを表わす。 $w^{(2)}$ はこの板に降伏ヒンゲが生じないと考へた場合の与えられた境界条件と荷重状態を満足する普通の板のタワミである。降伏ヒンゲ発生後の板のタワミを w , x 方向曲げモーメント M_x , 全剪断力を S_x とすれば

$$w = w^{(0)} + w^{(2)}, \quad M_x = M_x^{(0)} + M_x^{(2)}, \quad S_x = S_x^{(0)} + S_x^{(2)}, \quad (2)$$

釣合の式は

$$N \Delta^2 w^{(0)} = q, \quad \Delta^2 w^{(2)} = 0, \quad (3)$$

N は板の曲げ剛さ、 q は荷重分布。題意によつて M_x の最大値が $x=0$ の線に沿うて $y=0$ で頂点となるように分布し、この位置で x 方向剪断力 $S_x^{(0)}$ は0で S_x も0であるから

$$S_x^{(2)} = -N \left(\frac{\partial^3 w^{(2)}}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 w^{(2)}}{\partial x \partial y^2} \right) = 0, \quad (x=0) \quad (4)$$

次に降伏ヒンゲ上で M_x は降伏モーメント M_p を超えることができないから

$$M_x)_{x=0} = M_x^{(0)} + M_x^{(2)} \Big|_{x=0} = M_p, \quad |y| \leq b, \quad (5)$$

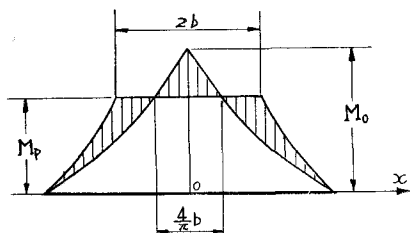
$M_x^{(0)}$ の $x=0$ に沿う分布は $y=0$ の中央点で最大となるピーク状の形であるから降伏ヒンゲの長さ $2b$ が小さい時はその分布を $2b$ 内で直線変化と見做すことができる。したがつて

$M_x^{(1)}$ の最大値を M_0 とすれば (図, 2 参照)

$$M_x^{(1)} = M_0 - B\left(\frac{y}{b}\right), \quad |y| \leq b$$

故に

$$M_x^{(2)} = -N\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{x=0} = M_P - M_0 + B\left(\frac{y}{b}\right), \quad |y| \leq b, \quad (6)$$



また板の x 方向の slope は降伏ヒッチ以外では 0 である。

$$\therefore \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0} = \left(\frac{\partial w^{(1)}}{\partial x}\right)_{x=0} = \left(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial x}\right)_{x=0} = 0, \quad |y| \geq b, \quad (7)$$

$w^{(1)}$ は (3) と (4) から

$$w^{(1)} = \int_0^\infty A e^{-\lambda x} \cos \lambda y \, d\lambda \quad (8)$$

A は (6) と (7) から次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} N \int_0^\infty A (1 - \nu) \, d\lambda \cos \lambda y \, d\lambda &= M_0 - M_P - B\left(\frac{y}{b}\right), & |y| \leq b \\ \int_0^\infty A \, d\lambda \cos \lambda y \, d\lambda &= 0 & |y| \geq b \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

上式は Dual の積分方程式で、

$$A \lambda^2 = \frac{M_0 - M_P}{N(1 - \nu)} \left[J_0(b\lambda) + b\lambda \int_0^1 \xi^2 J_1(b\xi\lambda) \, d\xi \right] - B \lambda \frac{3}{4} \left[J_0(b\lambda) + b\lambda \int_0^1 \xi^2 J_1(b\xi\lambda) \, d\xi \right], \quad (10)$$

これを代入して $M_x^{(2)}_{x=0}$ に代入すれば

$$M_x^{(2)}_{x=0} = \begin{cases} M_P - M_0 + B\left(\frac{y}{b}\right), & |y| \leq b \\ (M_0 - M_P - \frac{2B}{\pi}) \left(1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + b^2}}\right) - \frac{2B}{\pi} \left(\frac{y}{b} \sin^{-1} \frac{b}{y} - 1\right), & |y| \geq b \end{cases} \quad (11)$$

$M_x^{(2)}_{x=0}$ の分布は連続でなければならぬとすれば $|y| \geq b$ の式中不連続を表わす項は 0 となるべきである。故に、

$$M_0 - M_P - \frac{2B}{\pi} = 0, \quad B = \frac{\pi}{2} (M_0 - M_P),$$

したがって

$$M_x_{x=0} = \begin{cases} M_P & |y| \leq b \\ M_x + (M_0 - M_P) \left(\frac{y}{b} \sin^{-1} \frac{b}{y} - 1\right) & |y| \geq b \end{cases} \quad (12)$$

この式は降伏ヒッチが $2b$ だけ生じた場合、荷重による弾性的最大主曲げモーメントが降伏モーメント M_P を $4/\pi \cdot b$ に渡って超過することを示す。