

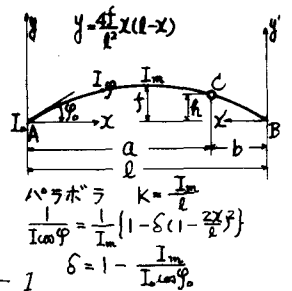
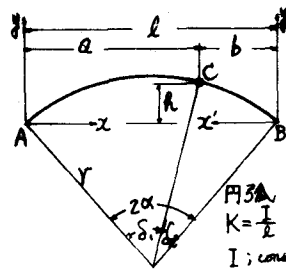
I-49 部材の途中にヒンジをもつ曲線材を含むラーマンの解法

九州大学工学部 正員 山崎徳也

(I) 緒言 本研究は材の途中にヒンジをもつ曲線ラーマン部材の端モーメントに対するタワミ角式を誘導し、かかる材を含むラーマンの解法、ならびに通常の曲線材を含むラーマンにおいて材内の1点の連続性が失われた場合の応力状態の変化の研究や極限設計の1部として降伏ヒンジの考え方などに応用する基本式をうることを目的としている。中間ヒンジと直線材に取り入れたものでは二見⁽¹⁾、宇野⁽²⁾の両氏さらに剛域を加えた吉村氏の論文など⁽³⁾が我が国の既往研究として見られ、いずれもタワミ角式として提示しラーマン解法に適用されているが曲線材を対象としたものは見当たらない。

曲線材で実際に用いられる代表的なものとして、著者は円弧およびパラボラ材を取扱うこととし、前者のEIは一定、後者の断面2次モーメントIはわかゆるセカントルールを特例として含む2次変化を仮定した。(図-1参照) したがって両者の相違は式中の係数内容のみであり、その理論式の誘導過程は全く等しい。いま円弧材について式を誘導しパラボラ材のそれは省略する。

(II) タワミ角式 図-1に示すごとく、A, B両端より途中ヒンジC点までの距離をそれぞれa, bとし座標系, yおよびx', y'をさためる。図-2のごとく円弧材をヒンジC点で切り離し、せん断力をF, 水平力をHとすれば、ヒンジの左側円弧片持りの任意点の曲げモーメントは次式であらわされる。



$$M = F(a-x) + H(h-y) \quad \dots (1)$$

したがって左半円弧片持りのC点の垂直タワミ Δ_1^c は

$$\Delta_1^c = \int_A^C \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial F} ds = \frac{1}{EI} \int_a^0 \{F(a-x) + H(h-y)\} dy$$

$$= \frac{1}{EI} (F \bar{R}_1 + H \bar{R}_2) \quad \text{ただし } \bar{R}_1 = r \int_a^0 (a-x)^2 dy, \quad \bar{R}_2 = r \int_a^0 (a-x)(h-y) dy$$

さらにヒンジの右側任意点の曲げモーメントは次式であらわされる。

$$M = -F(b-x') + H(h-y') = F(a-x) + H(h-y) \quad \dots (2)$$

よって右半円弧片持りのC点の垂直タワミ Δ_2^c は

$$\Delta_2^c = \frac{1}{EI} (F \bar{R}_1' + H \bar{R}_2') \quad \text{ただし } \bar{R}_1' = r \int_0^b (a-x)^2 dy, \quad \bar{R}_2' = r \int_0^b (a-x)(h-y) dy$$

おなじくC点の水平変位をもとめる。

$$\text{左側より } \eta_1^c = \frac{1}{EI} (F \bar{K}_1 + H \bar{K}_2), \quad \text{右側より } \eta_2^c = \frac{1}{EI} (F \bar{K}_1' + H \bar{K}_2')$$

$$\text{ただし } \bar{K}_1 = r \int_a^0 (h-y)^2 dy, \quad \bar{K}_2 = r \int_a^0 (h-y)^2 dy$$

i) A端のタワミ角 θ_A による端モーメント AB部材のA端に θ_A の回転角をあたるとC点は変位し、タワミの連続条件より次式をうる。

$$a \cdot \theta_A = \Delta_1^c + \Delta_2^c = \frac{1}{EI} \{F(\bar{R}_1 + \bar{R}_1') + H(\bar{R}_2 + \bar{R}_2')\} = \frac{1}{EI} (F \bar{K}_1 + H \bar{K}_2)$$

$$h \cdot \theta_A = \eta_1^c + \eta_2^c = \frac{1}{EI} \{F(\bar{K}_1 + \bar{K}_1') + H(\bar{K}_2 + \bar{K}_2')\} = \frac{1}{EI} (F \bar{K}_2 + H \bar{K}_3)$$

上式を連立にとき式(1)および式(2)は符号を変えて代入し

$$M_{AB}^{\theta_A} = 2EK\theta_A \{a^2 K_3 - 2ahK_2 + h^2 K_1\} = 2EK C_1 \theta_A \quad M_{BA}^{\theta_A} = 2EK\theta_A \{abK_3 + (a-b)hK_2 - h^2 K_1\} = 2EK C_2 \theta_A \quad \dots (3)$$

$$\text{ただし } A = \frac{b}{2} \frac{1}{K_3 - K_2}, \quad K_1 = \bar{R}_1 + \bar{R}_1' = r^3 \left\{ d + 2d \sin^2(\delta_1 - d) - \frac{1}{2} \sin 2d \right\}, \quad K_2 = \bar{R}_2 + \bar{R}_2' = 2r^3 \sin(\delta_1 - d) \left\{ d \cos(\delta_1 - d) - \sin d \right\}$$

$$K_3 = \bar{K}_3 + \bar{K}_3' = r^3 \left\{ d + 2d \cos^2(\delta_1 - d) - 4 \cos(\delta_1 - d) \sin d + \frac{1}{2} \sin 2d \right\}$$

ii) 同様にB端のタワミ角 θ_B , 部材回転角 R および弦長変化 Δl による端モーメントはそれぞれ式(4)(5)(6)式となる。

$$M_{AB}^{\theta_B} = 2EK\theta_B \{abK_3 + (a-b)hK_2 - h^2 K_1\} = 2EK C_2 \theta_B \quad M_{BA}^{\theta_B} = 2EK\theta_B \{b^2 K_3 + 2bhK_2 + h^2 K_1\} = 2EK C_3 \theta_B \quad \dots (4)$$

$$M_{AB}^R = -ZEKRA\{a(a+b)K_3 - h(a+b)K_2\} = -ZEK(C_1 + C_2)R, \quad M_{BA}^R = -ZEKRA\{b(a+b)K_3 + h(a+b)K_2\} = -ZEK(C_3 + C_4)R \dots (5)$$

$$M_{AB}^L = 2EKdL\{A(aK_2 - hK_1) = 2EK C_4 dL, \quad M_{BA}^L = 2EKdL\{A(bK_2 + hK_1) = 2EK C_5 dL \dots (6)$$

iii) したがって C_{AB}, C_{BA} をそれぞれ荷重項とすれば求める77式角法は (3)(4)(5)および(6)式の和として次のごとくえられる。

$$M_{AB} = 2EK\{C_1\theta_A + C_2\theta_B - (C_1 + C_2)R + C_4 dL\} + C_{AB}, \quad M_{BA} = 2EK\{C_3\theta_A + C_4\theta_B - (C_3 + C_4)R + C_5 dL\} + C_{BA} \dots (7)$$

iv) 荷重項 C_{AB}, C_{BA} は途中ヒンジをもつ両端固定円弧バリの端モーメントであり、集中荷重 P が任意真に働く場合を1例として次に求める。(図-3参照)

ヒンジより左側に在るの曲げモーメントは次のごとくとなる。

$$0 \leq x \leq \xi; M_1 = F(a-x) + H(h-y) + M_1^0, \quad \xi \leq x \leq a; M_2 = F(a-x) + H(h-y)$$

ヒンジの右側では $M = F(a-x) + H(h-y) + M_2^0$

ただし M_1^0, M_2^0 は荷重による左および右半円弧片持バリの任意真モーメントで、内側引張、外側圧縮応力を生ずる方向を正とする。本例では $M_1^0 = -P(\xi-x), M_2^0 = 0$
 C 点の垂直、水平変位の和をそれぞれ O として次の F, H とする。

$$F = \frac{K_3 K_4 - K_2 K_5}{K_1 K_3 - K_2^2}, \quad H = \frac{K_1 K_5 - K_2 K_4}{K_1 K_3 - K_2^2}$$

ゆえに $C_{AB} = F \cdot a + H \cdot h + M_{AB}^0 = \frac{2}{L} A \{(K_3 K_4 - K_2 K_5)a + (K_1 K_5 - K_2 K_4)h\} - P\xi$

$$C_{BA} = F \cdot b - H \cdot h + M_{BA}^0 = \frac{2}{L} A \{(K_3 K_4 - K_2 K_5)b - (K_1 K_5 - K_2 K_4)h\}$$

ここに $K_4 = P \int_A^P (\xi-x)(a-x)dx = P r^3 \left\{ \frac{1}{2} \beta - \rho \sin(\beta-\rho) \sin(\delta-\rho) - \frac{1}{2} \sin \beta \cos(\beta-2\rho) - 4 \cos \frac{1}{2}(\delta-\rho) \sin \frac{1}{2}(\delta+\beta-2\rho) \sin \frac{1}{2} \beta \sin \frac{1}{2}(\beta-2\rho) \right\}$

$$K_5 = P \int_A^P (\xi-x)(h-y)dx = P r^3 \left\{ -\beta \rho \sin(\delta-\rho) \sin(\beta-\rho) - 2 \cos(\delta-\rho) \sin \frac{1}{2} \beta \sin \frac{1}{2}(\beta-2\rho) + 2 \sin(\delta-\rho) \sin \frac{1}{2} \beta \cos \frac{1}{2}(\beta-2\rho) + \frac{1}{2} \sin \beta \sin(\beta-2\rho) \right\}$$

任意中の垂直、水平分布荷重、任意真にモーメントの働く場合などの荷重項も全く同様に求められる。

v) 直線材式の誘導 円弧材の極限として直線材の式が導かれる。すなわち $s \rightarrow l, d \rightarrow 0$ とすれば $K_1 \rightarrow \frac{1}{2}(a^2+b^2),$

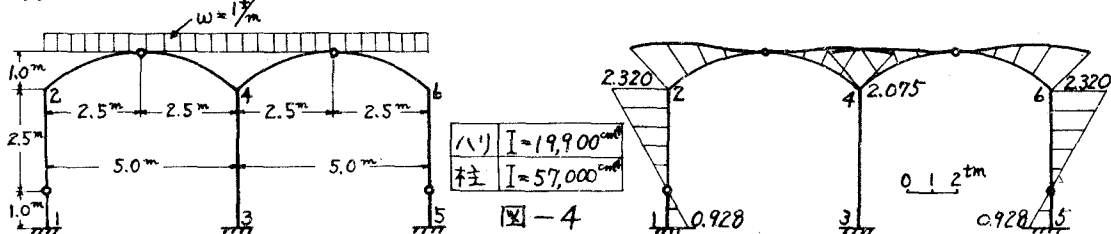
$K_2 \rightarrow 0$ さらに $h \rightarrow 0$ を考慮すれば(7)式の諸係数は次のごとくとなる。

$$\lim C_1 = \frac{3a^2 l}{2(a^2+b^2)}, \quad \lim C_2 = \frac{3ab l}{2(a^2+b^2)}, \quad \lim C_3 = \frac{3b^2 l}{2(a^2+b^2)}, \quad \lim C_4 = 0, \quad \lim C_5 = 0$$

上記係数は二見氏の式と合致し(7)式は橋張公式である事が認められる。

(Ⅲ) 解法 曲線部材をもつラーソンの解法と全く同様に取り扱ってよく、節集方程式、層方程式、スパン方程式さらに足りなければ角方程式を補って77式角法の簡便万能性はそのままうけられる。

したがって77式角法に源泉あるモーメント分配法、77式角分配法の適用も可能であり、使用係数の内容の相違だけとなる。



本研究には文部省科学研究費の補助を受けた。なお、本学 南旭君の御協力をも併せて謝する。

文献1) 二見香雄；材の途中にヒンジ接合と有オオラーソンの算式との応用，建築学会論文集，第17号，昭和15年4月

2) 宇野武史；材の途中にヒンジ接合と有オオラーソンの固定モーメント法による解法，建築学会論文集，第25号，昭和17年4月

3) 吉村隆蔵；剛性をもつ弾塑性ラーソンの解法，熊本大学研究報告，2巻1号，昭和28年3月