Ⅰ—37　水中にある可撓橋脚の模型振動実験とその解析

京都大学工学部　正員　後藤尚男
京都大学大学院　学生員　○土岐憲三
高田機工K.K.　正員　深井俊明

この研究は水中にある可撓橋脚が地震時に示す動的応答を解明するための基礎的な研究の一部である。わが国では通常，橋脚の設計にあたっては耐震性が考慮されているが，水中にある橋脚の場合にはさらに動水圧についても考慮がはらわれねばならない。動水圧については従来からもいろいろな理論的研究が行なわれているが，それらはいずれも構造物のたわみを無視しているか，あるいは2次元的に解析したものである。しかしながら水中にある比較的たわみやすい橋脚でしかもその奥行の長さが短い構造物では，そのたわみを考慮した3次元的な解析を行なう必要がある。この研究では橋脚を下端固定の円柱におきかえ，その周囲をとりまく水についての基礎微分方程式と円柱のたわみに関する微分方程式とを連立させて解き，さらに模型を用いた振動実験を行なってその結果と理論解との比較検討をした。

1　模型実験の概要

(1)　模型の作製　模型の材質としてはアクリル系合成樹脂を使用した。模型の形状は理論解析と対応させ，しかもストレインゲージの接着の都合上，円筒断面を採用した。模型円筒は外径76^{mm}(内径70^{mm})と外径35^{mm}(内径30^{mm})のものを用い，それらの長さは比較的低い固有振動数をうるために1000^{mm}に選んだ。円筒の内面にはストレインゲージを等間隔で10断面にとりつけた。

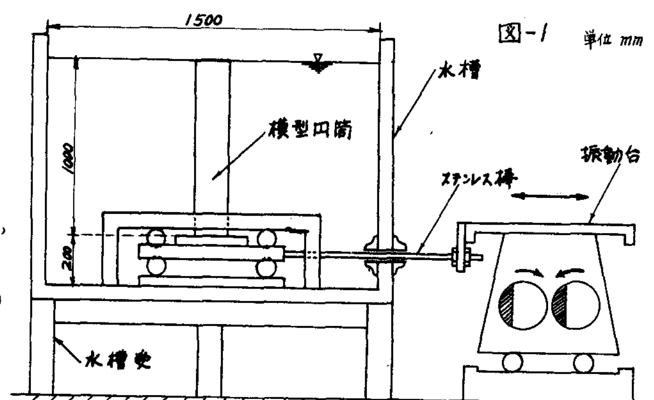
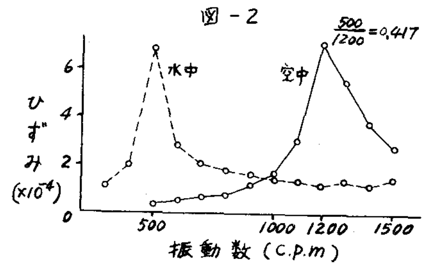


図-1

(2)　模型実験の装置と方法　岩盤上の橋脚に地震が作用した場合のモデルとして，模型円筒を下端で固定し，その固定端に外部から強制変位を与える図-1のごとき方式を採用した。この場合，模型円筒には水平一方向の変位のみを許して左右動や動揺を許さないような装置を付加した。かくして作製された模型を木製水槽にとりつけ，水槽外部にある振動台からのshaftによって模型下端に強制変位を与えた。これらの概略を図示したのが図-1である。模型実験と理論解析とを対応させるために水槽内には円筒の頂部まで水を入れ，かつ水槽自身には振動を与えないようにした。実験は上記2個の模型円筒についていずれも振動台の全振幅が0.5～2.0^{mm}で，振動数が100～1800c.p.m.の範囲を，空中にある場合と水中にある場合の2通り行なった。なお測定方法は円筒のひずみ分布を測定して，これから応力，たわみ，動水圧などを算出する方法を採った。

(3) 実験結果とその検討　直径76mmの模型円筒を全振幅1.0mmで振動させたときの円筒下端でのひずみを図-2に示した。同図から明らかなようにこの模型の固有振動数は1200 c.p.m.であるが，この模型を水中で振動させると500 c.p.m.で共振現象が生じている。このように水中で振動する棒状構造物では，その固有振動数より低い振動数で空中での最大値に相前後する応力や変位を生ずることがわかる。また動水圧に関して解析を行なった結果から，水中構造物に作用する動水圧は構造物をとりまく水のフルード数 F_r または震度 k_0 の関数として表わせ，これらの F_r, k_0 が小さな場合には動水圧は構造物に対して加振力として作用しこれらの値が大きくなると抗力として作用することがわかった。



2　理論解析　理論解析の方針とその結果の一部について述べる。

水流についての連続の式と運動方程式とに速度ポテンシャル ϕ を導入して得られる基礎微分方程式は円柱座標 r, θ, z について書けば，よく知られているように，

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}-\frac{\gamma_w}{gK}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=0$$

と表わせる。ここで γ_w は水の単位体積重量，K は水の体積弾性係数である。

上の微分方程式を解くのに必要な境界条件のうち半径方向の境界条件については円柱のたわみを知る必要があるが，ここではこれを未知関数としたまま ϕ について解いた。つぎにこの解から動水圧を算出してこれを円柱に作用する外力と考え，さらに一般座標に変換して Lagrange の運動方程式に代入して先に仮定したたわみに関する未知関数を求め，かくして円柱のたわみや動水圧についての理論解が得られた。これらの解は非常に複雑であるので，それらのうち微小項を省略した結果，円柱のたわみ y が次式のごとく求まった。

$$y=\frac{N}{p^2-(1+M)\omega^2}Z(z)$$

ただし

$$M=4\frac{\gamma_w\pi r_e^2}{\gamma A}\frac{h}{r_e}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{K_1(\alpha_m r_e)}{K_0(\alpha_m r_e)+K_2(\alpha_m r_e)}\frac{1}{\alpha_m h}\left\{\frac{1}{h}\int_0^h Z(z)\cos\alpha_m z\,dz\right\}^2$$

$$N=\frac{a\omega^2}{h}\int_0^h Z(z)dz+4\frac{\gamma_w\pi r_e^2}{\gamma A}\frac{h}{r_e}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{K_1(\alpha_m r_e)}{K_0(\alpha_m r_e)+K_2(\alpha_m r_e)}\frac{1}{\alpha_m h}\frac{1}{h^2}\int_0^h\cos\alpha_m z\,dz\int_0^h Z(z)\cos\alpha_m z\,dz$$

ここに y は円柱のたわみ，$Z(z)$ は正規関数，p は固有振動数，ω は外力の振動数，γ_w, γ は水と円柱の単位体積重量，r_e, A は円柱の半径と断面積，h は水深，a は強制振幅，K_0, K_1, K_2 は第二種の変形ベッセル関数，$\alpha_m=(2m-1)\pi/2h$ である。上の解から $(1+M)\omega^2=p^2$ のときに共振現象が起ることがわかるが，このときの振動数を ω_r として固有振動数 p との比 ω_r/p を一例として直径76mmの円筒について計算すると0.435となり，模型実験では0.417（図-2参照）であった。このことからも，この理論解は円柱構造物が水中にあるときの共振振動数の低下という現象をよく説明していることがわかる。たわみと動水圧に関する理論解の詳細ならびに実験結果との比較検討は講演時に譲る。