

○金沢大学工学部 工修 小堀為雄  
 大阪市役所 日種俊哉  
 東京急行電鉄 KK 日野長男

## 1. まえがき

本研究は、主として静定連続橋として最も多く架設されているゲルバー橋や、現在新しい工法として採用されつつあるディビダック工法の橋に見られるような、ヒンジを有する橋桁上を移動荷重が走行する場合、この荷重がヒンジを通過する際に橋桁におよぼす衝撃作用について実験的に解析し、あわせて、理論計算値と比較検討しようとするものである。

## 2. 移動荷重による桁の振動に関する解析

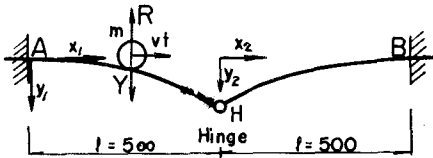


fig-1

いま、Fig-1に示すように桁上を  $m$  なる質量のボールが  $v$  (Constant) なる速度で走行する場合のボール中心の動的垂直変位  $Y$  は、慣性を考慮して

$$m \frac{d^2 Y}{dt^2} = mg - R \quad (1)$$

として表わすことが出来る。ここに、 $R$  は桁が移動荷重におよぼす反力、換言すれば移動荷重が桁におよぼす力である。いま、移動荷重が桁から離れることなく移動するものとするれば  $Y$  は桁のたわみ曲線の式の中の  $x$  に  $vt$  を入れればよい。そこで桁の動的たわみ曲線をわかれは一般にあらわされるように一般座標  $g_n$  および基準函数  $\phi_n$  を用いて

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \sum g_n \phi_n \quad (\text{左スパン}) \\ \delta_2 &= \sum g_n \phi_n \quad (\text{右スパン}) \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

と表わすことにする。ここで基準函数  $\phi_n$  は直交級数系をえらび Fig-1 に示す  $A, H$  および  $B$  点での境界条件を満足するように決定するとつぎのように書きあらわすことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \phi_n &= \cosh k_n x_1 - \cosh k_n x_2 - \alpha_n \{ \sinh k_n x_1 - \sinh k_n x_2 \} \\ \phi_n &= \cosh k_n (l - x_1) - \cosh k_n (l - x_2) - \alpha_n \{ \sinh k_n (l - x_1) - \sinh k_n (l - x_2) \} \\ \alpha_n &= \frac{\cosh k_n l + \cosh k_n l}{\sinh k_n l + \sinh k_n l} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

この時の振動数方程式は

$$\left. \begin{aligned} \tan k_n l &= \tanh k_n l \\ \text{and } 1 + \cosh k_n l \cdot \cosh k_n l &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

となり上段は一端固定他端支持、下段は一端固定他端自由の棒の振動である

以上のことより

$$R = mg - m \frac{d^2 Y}{dt^2} = (\sum g_n \phi_n) \quad (5)$$

となり、一般力  $Q_j$  は

$$Q_j = R \phi_j(vt) = m \phi_j \left\{ g - \frac{d^2 Y}{dt^2} \right\} \{ \sum g_j \phi_j(vt) \} \quad (6)$$

つきに Lagrange の運動方程式は一般座標  $g_j$  を用いて

$$g_j + a_j g_j = \frac{g}{FAL} \theta_j \quad (7)$$

とあらわされ、ここに

$$a_j = E_s I \frac{g}{\delta A} \frac{\int_0^l \left( \frac{d^2 \phi_j}{dx^2} \right) dx}{\int_0^l (\phi_j)^2 dx}$$

である。いま (7) 式の一般力  $Q_j$  に (6) 式を代入し、さらに、計算の便宜上一般座標の  $g_1$  のみとってこれを  $\eta$  と書きあらわし、桁中央点の動的たわみについて求めると (7) 式は

$$\frac{d^2 \eta}{dt^2} + P(\xi) \frac{d\eta}{dt} + Q(\xi) \eta = R(\xi) \quad (8)$$

ここに

$$P(\xi_1) = \frac{2k_1 \frac{mg}{\delta A l} \phi_{11} \phi_{11}'}{1 + \frac{mg}{\delta A l} \phi_{11}^2}$$

$$Q(\xi_1) = \frac{\alpha_1}{v^2} \left( 1 + \frac{mg}{\delta A l} v^2 k_1^2 \phi_{11} \phi_{11}'' \right)$$

$$R(\xi_1) = \frac{\frac{mg^2}{\delta A l} \phi_{11}}{v^2 \left( 1 + \frac{mg}{\delta A l} \phi_{11}^2 \right)}$$

ここで、

$$m = 0.544 \text{ kg}, A = 7.25 \text{ cm}^2, l = 50 \text{ cm}, \delta = 1.19 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

$$v = 200 \text{ cm/sec}, \alpha_1 = P_1^2 / 13033, (k_1 l = 1.8751), E_d = 4.275 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2, \alpha_1 = 0.7341 (k_1 l = 1.8751)$$

これより Runge-Kutta 法により数値積分を試みた。その結果は Fig-3 のとおりである。

### 3. ヒンジでの衝撃作用について

2 でのべたようにボールがヒンジを通過する際には Fig-2 で見られるように水平方向に  $v$  なる速度に対し垂直方向には  $v_{1a}$  なる速度で落下し、これがヒンジで逆向きの速度  $v_{1b}$  となるのであるからボールの運動量は  $mv(l_a + l_b)$  となりこれが桁の運動量  $M\dot{y}$  と等しいはずである。

$$\dot{y} = \frac{mv(l_a + l_b)}{M} = 4.714 \text{ cm/sec}$$

となり

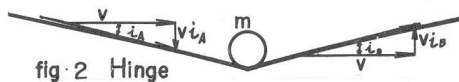
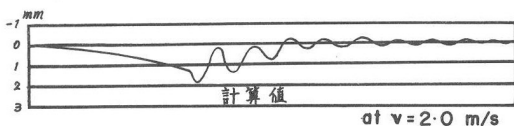


fig-2 Hinge

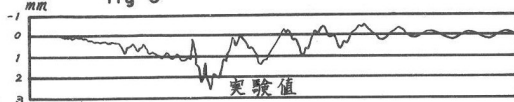
(8) 式に

代入し、この場合の解として  $\eta$  を衝撃力のみによる一般解と移動荷重による特別解との和として計算値と実験値と比較すると Fig-3 のとおりである。これより計算値は少々小さいようであるが、これはヒンジ間隔等による影響が実験値にあらわれたものと考えられる。なお、本計算では振動次数は 1 次のみ



at  $v = 2.0 \text{ m/s}$

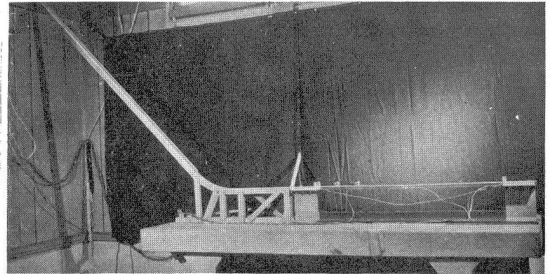
fig-3



をとったが、後日教次にわたる計算値を求める計画である。

### 4. 模型実験について

実験装置は写真 1 のとおりである。



模型桁 ( $L = 1.00 \text{ m}$   $b \times h = 15 \times 50 \text{ mm}$ ) は、脇谷橋を次元解析によって縮小した。ボール速度  $v$  と衝撃係数  $k$  の関係は Fig-5 のとおりである。

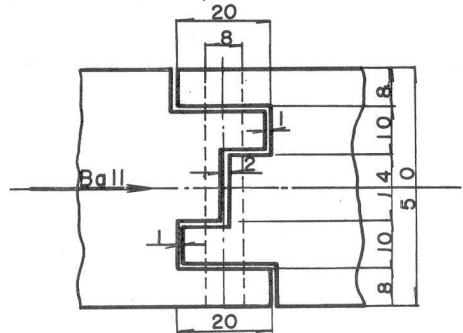
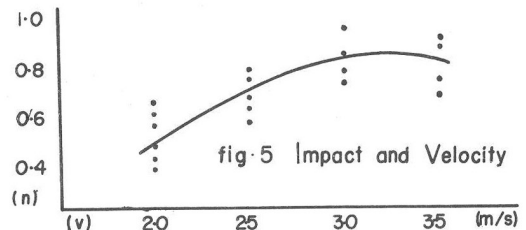


fig-4 Hinge



### 5. 結び

以上簡単にそのあらましを述べたがこの種の桁ではヒンジの影響は Fig-5 に見られるように相当に大きいことが明らかとなった。

なお本研究に際し御指導下さった京大小西教授、山田助教授、金大森内教授に感謝の意を表する次第であります。