

I-29 長径間アーチ橋の弾性安定問題に関する研究

東京大学工学部 正員 平井 敦
東京大学大学院 学生員 澤 沢 泰晴

I. まえがき

海峡連絡橋等に出現するような極めて長径間のアーチ橋は、その橋梁中員が限定された場合、横方向に slender な構造物となる。従ってアーチの面外への安定性が問題となり、与えられた橋梁中員に対して、自らスパンの限界が生じてくる。ここではアーチの面外への安定問題のうち、その弾性挫屈について検討を加え、アーチの面内挫屈と面外挫屈（横挫屈）との関係を明らかにした。また電子計算機 FACOM-128 によって円弧アーチの横挫屈荷重係数を与える計算図表を作製し、これらを総合的に解析した結果、橋梁中員と立体トラスアーチ橋の限界スパンとの関係について一つの目安を得ることができた。

II. アーチの横挫屈と面内挫屈との関係

円弧アーチの骨組図及び記号を次頁の図中に示す。荷重としては先ずアーチ面内に作用し、曲率中心に向う円弧に沿った等分布荷重 p のみを考え、横挫屈荷重 $\bar{p}_r$ 及び面内挫屈荷重 $\bar{p}_i$ とを各々次式で表わす、

$$N_{cr} = R \bar{p}_r = m \frac{EJ}{L^2}, \quad \bar{N}_{cr} = R \bar{p}_i = \bar{m} \frac{\bar{E}J}{L^2}$$

ここに N_{cr} 及び $\bar{N}_{cr}$ は各々横挫屈及び面内挫屈の限界軸力を表わし、 EJ はアーチ面に垂直方向への曲げ剛性、 $\bar{E}J$ はアーチ面内の曲げ剛性である。 m 及び $\bar{m}$ は一般に挫屈荷重係数と呼ぶるもので、円弧アーチの場合次に記すようなパラメーターの函数である。

即ちアーチの断面の剛性及び形状に関するパラメーターとして次式で表わされる α , β , γ を考える、 $\alpha = \frac{GJ_t}{EJ}$, $\beta = \frac{EC}{EJ R^2}$ 又は $\beta' = \frac{EC}{EJ l^2}$, $\gamma = \frac{l_p^2}{R^2}$ l_p は極回転半径

更にアーチのライズを規定する円弧中心角を θ_0 とすると、 m は支束条件と α , β , γ , θ_0 の函数であり、 $\bar{m}$ は支束条件と θ_0 のみの函数である。

また、 $\bar{E}J$ と EJ との比を表わすパラメーターとして、 $\nu = \frac{\bar{E}J}{EJ}$ を導入すると、アーチの横挫屈と面内挫屈との関係が明白となり、次のような挫屈方向判別式（仮称）が得られる。

$$m(r, \alpha, \beta, \gamma, \theta_0) \gtrless \nu \cdot \bar{m}(\bar{r}, \theta_0)$$

> : 面内挫屈
< : 横挫屈

ここに r はアーチの面外への変形に関する支束条件を表わし、 $\bar{r}$ は面内変形に関する支束条件を表わす。特に横挫屈荷重と面内挫屈荷重とが等しい場合、即ち

$$m(r, \alpha, \beta, \gamma, \theta_0) = \nu \cdot \bar{m}(\bar{r}, \theta_0)$$

は円弧アーチの断面の弾性安定論的対称条件（仮称）と名づけることができ、これは弾性

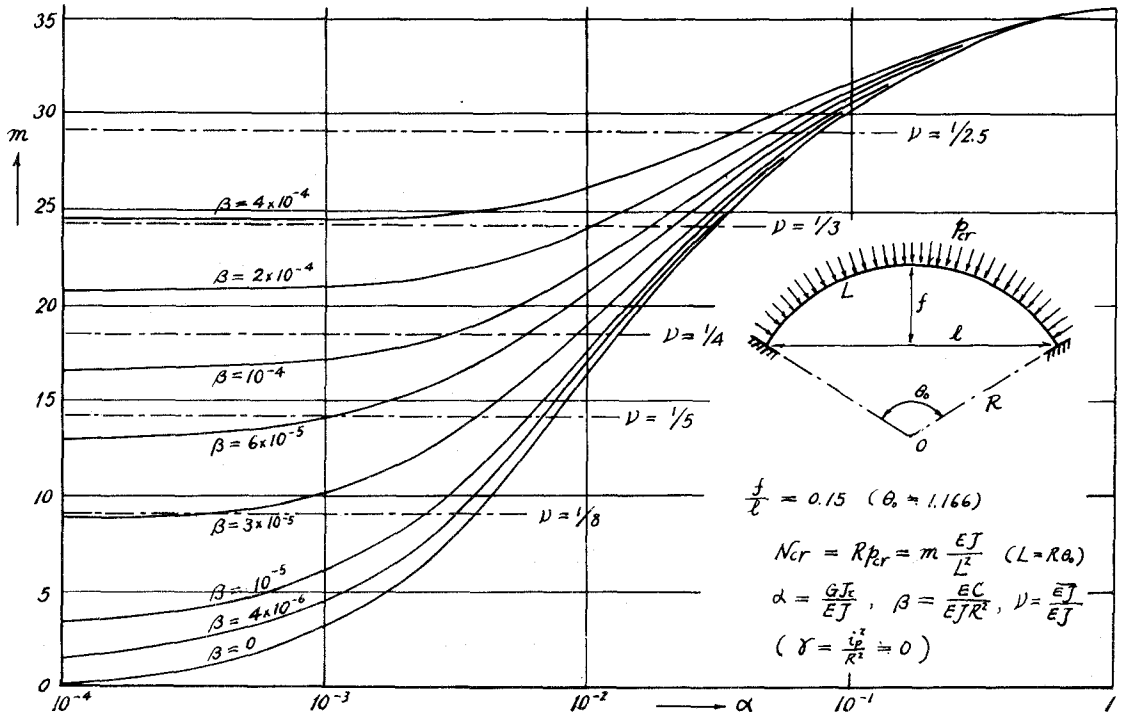
安定論からみたアーチの最も合理的な断面形の一つを示唆しているといえる。

Ⅲ. 横控屈荷重係数 m の計算

第一の支条件 r_1 としてアーチ面に垂直方向への曲げ及びそりが自由な場合は m は容易に求まる。通常のアーチでは γ の影響は非常に小さく無視しうるものである。例えば荷重 p が横控屈変形に際してその作用方向を変えないとすると, $\gamma \approx 0$ の場合は

$$m = \frac{\{(n\pi)^2 - \theta_0^2\}^2 \{\alpha \theta_0^2 + \beta (n\pi)^2\}}{\theta_0^2 \{\alpha (n\pi)^2 + \theta_0^2\} + \beta (n\pi)^4} \quad \text{最小控屈荷重は } n=1 \text{ とおく。}$$

第二の支条件 r_2 としてアーチ面外への曲げ及びそりが固定されている場合は, m を定める控屈荷重係数方程式が超越函数方程式となり数値計算は著しく面倒である。そこで α , β , γ , θ_0 を適当な範囲で変化させ, m を与える計算図表を電子計算機 FACOM-128 によって作製した。これらの図表は単に m の値を与えるだけでなく, アーチの横控屈を支配する各パラメーターの影響の程度を明らかにし, アーチの弾性安定問題の大局的な解析に貴重な資料を提供してくれた。下図は $f/l = 0.15$ ($\theta_0 \approx 1.166$) に対する $m-\alpha-\beta$ 曲線 ($\gamma \approx 0$) で



あり, 図中に同時に書き込んだ $m-\nu$ line によって面内控屈との関係がはっきりしている。

Ⅳ. むすび

長径間アーチ橋に現われる立体トラスアーチ橋に対しては静力学的換算断面を用いて, その横控屈荷重を求めることができた。その詳細, 並びに橋梁中員と立体トラスアーチ橋のスパンの限界との関係, 更にアーチの横控屈に関する模型実験等については紙面の都合上割愛せざるをえない。機会を得て改めて報告したいと思っている。