

京都大学工学部 正員 工博 小西 一郎
 京都大学大学院 正員 工修 高岡 宣善
 日本国有鉄道 正員 山口 雅三

この研究は、橋軸直角方向に作用する静的横荷重をうけるつり橋の性状に関するものである。以下の所論においては、主ケーブルは鉛直面内にあり、またケーブル張力は、つり橋の変形後も、変形前の値に等しいものと仮定した。また、塔の変形が考慮されている。

1. 基本式の誘導

横荷重 $f(x)$ をうけるつり橋の水平方向のたわみ $v(x)$ に関する微分方程式は (Fig. 1 参照)

$$\text{補剛桁に対して: } f_T(x) - EI v_T''(x) - \{v_T(x) - v_K(x)\} \cdot g(x)/h(x) = 0, \quad (1)$$

$$\text{ケーブルに対して: } \frac{1}{2} f_K(x) + \frac{1}{2} H v_K'' + \frac{1}{2} \{v_T(x) - v_K(x)\} \cdot g(x)/h(x) = 0. \quad (2)$$

上式中 $g(x) = g$ は補剛桁死荷重、 $h(x)$ はハンガーの長さである。 $f_T(x)$ 、 $f_K(x)$ はそれぞれ補剛桁およびケーブルに作用する横荷重強度である。

i) 集中荷重の場合

いまケーブルに作用する横荷重として Fig. 2-a に示すような 1 個の集中荷重 P_K を考えると

$$f_K(x) = P_K \cdot U_i(x - \xi_K), \quad [U_i(x - \xi_K) \text{ は単位インパルス関数}] \quad (3)$$

$$\text{そこで} \quad \{v_T(x) - v_K(x)\} \cdot g(x)/h(x) = \sum_i C_i \sin \alpha_i x, \quad \alpha_i = i\pi/l \quad [i=1, 2, 3, \dots] \quad (4)$$

とおけば、(3) と (4) を (2) に代入して次式を得る:

$$P_K \cdot U_i(x - \xi_K) + H v_K''(x) + \sum_i C_i \sin \alpha_i x = 0. \quad (5)$$

$$\text{境界条件として} \quad x=0 \text{ で } v_K(0) = \delta_K^L, \quad x=l \text{ で } v_K(l) = \delta_K^R \quad (6)$$

を与えると (5) の解 $v_K(x)$ は、 $\mu = P_K l / H$ 、 $\eta = x/l$ 、 $\eta_K = \xi_K/l$ 、 $n = l^2 / \pi^2 \cdot H$ とし

$$v_K(x) = \mu \{ (1 - \eta_K) \eta - (\eta - \eta_K) \cdot U(x - \xi_K) \} + \{ \delta_K^L + (\delta_K^R - \delta_K^L) \eta \} + \sum_i \frac{n \cdot C_i}{i^2} \sin \alpha_i x. \quad (7)$$

1 本のケーブルのせん断力 $Q_K(x)$ は

$$Q_K(x) = \frac{1}{2} P_K \{ (1 - \eta_K) - U(x - \xi_K) \} + \frac{1}{2} \frac{H}{l} (\delta_K^R - \delta_K^L) + \frac{1}{2} \sum_i \frac{C_i}{\alpha_i} \cos \alpha_i x. \quad (8)$$

次に補剛桁に作用する横荷重が Fig. 2-b に示すような集中荷重 P_T である場合には

$$f_T(x) = P_T \cdot U_i(x - \xi_T) \quad (9)$$

となるから、(4) と (9) を (1) に代入し、境界条件として

$$x=0 \text{ において } v_T(0) = \delta_T^L, \quad v_T''(0) = 0; \quad x=l \text{ において } v_T(l) = \delta_T^R, \quad v_T''(l) = 0 \quad (10)$$

を用いれは、(1) の解は、 $v = P_T l^3 / 6EI$ 、 $\eta_T = \xi_T/l$ 、 $m = l^4 / \pi^4 \cdot EI$ とし次式で与えられる:

$$v_T(x) = v \{ \eta (1 - \eta_T) \{ 1 - \eta^2 - (1 - \eta_T)^2 \} + (\eta - \eta_T)^2 \cdot U(x - \xi_T) \} - \sum_i \frac{m}{i^4} C_i \sin \alpha_i x. \quad (11)$$

(7) と (11) において $U(x - \xi_K)$ 、 $U(x - \xi_T)$ は単位ステップ関数をあらわす。

$v_T(x)$ がきまると、補剛桁の曲げモーメントおよびせん断力は次のようになる:

$$M_T(x) = -EI v_T''(x) = P_T l \{ (1 - \eta_T) \eta - (\eta - \eta_T) \cdot U(x - \xi_T) \} - \sum_i \frac{C_i}{\alpha_i} \sin \alpha_i x; \quad (12)$$

$$Q_T(x) = -EI v_T'(x) = P_T \{ (1 - \eta_T) - U(x - \xi_T) \} - \sum_i \frac{C_i}{\alpha_i} \cos \alpha_i x. \quad (13)$$

さて、(4) 式中にあらわれた係数 C_i を決定するため、(7) と (11) を (4) に代入して整理すると

$$\sum_i \left\{ \frac{m_i}{i^4} + \frac{n_i}{i^2} + \frac{h(x)}{g} \right\} C_i \sin \alpha_i x = R(x) \quad (14)$$

となる。次に

$$R(x) = \nu \{ \eta(1-\eta_r) \{ 1-\eta^2 - (1-\eta_r)^2 \} + (\eta-\eta_r)^2 \cdot U(x-\xi_r) \} - \mu \{ (1-\eta_k)\eta - (\eta-\eta_k) \cdot U(x-\xi_k) \} + \{ \delta_k^2 + (\delta_k^r - \delta_k^l) \eta \} - \{ \delta_k^2 + (\delta_k^r - \delta_k^l) \eta \}. \quad (15)$$

いま C_i として最初の n 個のみを採用することによれば、断面 $x=x_1, x_2, \dots, x_n$ においてそれそれ(14)式を計算すると $C_1, C_2, \dots, C_n$ に関する連立一次方程式が得られるから、それを解くことによつて C_i を決定することができる。

ii) 等分布荷重の場合

ケーブルおよび補剛桁に作用する横荷重が Fig. 3-a, b に示すような分布荷重の場合には、変形量および断面力は次のようになる：

$$v_k(x) = \lambda \eta \{ (1-\eta_k^2) - (1-\eta_r^2) \} - \lambda \{ (\eta-\eta_k)^2 U(x-\xi_k) - (\eta-\eta_r)^2 U(x-\xi_r) \} + \{ \delta_k^2 + (\delta_k^r - \delta_k^l) \eta \} + \sum_i \frac{n_i}{i^2} C_i \sin \alpha_i x; \quad (16)$$

$$Q_k(x) = \frac{f_k l}{4} \{ (1-\eta_k)^2 - (1-\eta_r)^2 \} + \frac{f_k l}{2} \{ (\eta-\eta_k) U(x-\xi_k) - (\eta-\eta_r) U(x-\xi_r) \} + \frac{1}{2} \frac{H}{l} (\delta_k^r - \delta_k^l) + \sum_i \frac{C_i}{\alpha_i} \cos \alpha_i x; \quad (17)$$

$$v_r(x) = \rho \eta \{ (1-\eta_r^2) - (1-\eta_f^2) \} \{ 2(\eta^2-1) + (1-\eta_f)^2 + (1-\eta_r)^2 \} + \rho \{ (\eta-\eta_r)^2 U(x-\xi_r) - (\eta-\eta_f)^2 U(x-\xi_f) \} + \{ \delta_r^2 + (\delta_r^r - \delta_r^l) \eta \} - \sum_i \frac{m_i}{i^4} C_i \sin \alpha_i x; \quad (18)$$

$$M_r(x) = \frac{f_r l^2}{2} \eta \{ (1-\eta_f)^2 - (1-\eta_r)^2 \} + \frac{f_r l^2}{2} \{ (\eta-\eta_r)^2 U(x-\xi_r) - (\eta-\eta_f)^2 U(x-\xi_f) \} - \sum_i \frac{C_i}{\alpha_i^2} \sin \alpha_i x; \quad (19)$$

$$Q_r(x) = \frac{1}{2} f_r l \{ (1-\eta_f)^2 - (1-\eta_r)^2 \} + f_r l \{ (\eta-\eta_r) U(x-\xi_r) - (\eta-\eta_f) U(x-\xi_f) \} - \sum_i \frac{C_i}{\alpha_i} \cos \alpha_i x. \quad (20)$$

上式中 $\lambda = f_k l^2 / 24EI$, $\eta_k^2 = \xi_k^2 / l^2$, $\eta_r^2 = \xi_r^2 / l^2$, $\rho = f_r l^2 / 24EI$, $\eta_f^2 = \xi_f^2 / l^2$, $\eta_r^2 = \xi_r^2 / l^2$ である。

係数 C_i を決定するために (16) と (18) を (4) に代入し整理すると次式が得られる：

$$\sum_i \left\{ \frac{m_i}{i^4} + \frac{n_i}{i^2} + \frac{h(x)}{g} \right\} C_i \sin \alpha_i x = R(x), \quad (21)$$

$$R(x) = \rho \eta \{ (1-\eta_f^2) - (1-\eta_r^2) \} \{ 2(\eta^2-1) + (1-\eta_f)^2 + (1-\eta_r)^2 \} + \rho \{ (\eta-\eta_r)^2 U(x-\xi_r) - (\eta-\eta_f)^2 U(x-\xi_f) \} + \{ \delta_r^2 + (\delta_r^r - \delta_r^l) \eta \} - \lambda \eta \{ (1-\eta_k^2) - (1-\eta_r^2) \} + \lambda \{ (\eta-\eta_k)^2 U(x-\xi_k) - (\eta-\eta_r)^2 U(x-\xi_r) \} - \{ \delta_k^2 + (\delta_k^r - \delta_k^l) \eta \}. \quad (22)$$

特別な場合として、等分布荷重満載の場合には、上の各式において $\xi_k^l = \xi_k^r = 0$, $\xi_r^l = \xi_r^r = l$, $\eta_k^l = \eta_k^r = 0$, $\eta_r^l = \eta_r^r = 1$ と置けばよい。

2. 数値計算例・結論

これらについては、講演会当日会場において発表する。

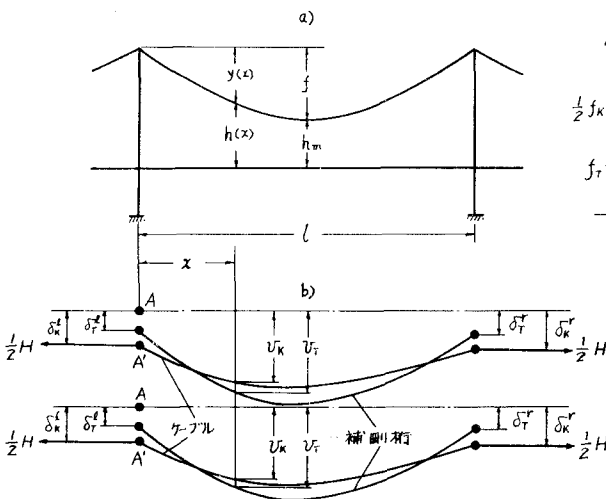


Fig. 1.

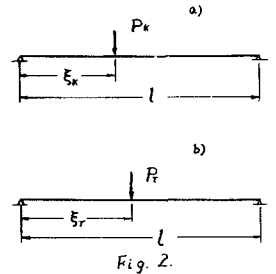


Fig. 2.

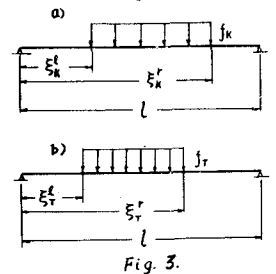


Fig. 3.